

Программа по математике для поступающих в ИГХТУ

Настоящая программа состоит из трёх разделов.

В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий.

Второй раздел представляет собой перечень теоретических вопросов. При подготовке к письменному экзамену целесообразно ознакомиться с выводами и доказательствами утверждений этого раздела. Это позволит быстрее и качественней запомнить формулировки теорем и формулы, которые необходимы для решения задач.

В третьем разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на письменном экзамене.

Объём знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствует курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом из средств этого курса. Однако, для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающими, но при условии, что он способен их пояснить и доказать.

В связи с обилием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения второго раздела могут в некоторых учебниках называться иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или вовсе отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти утверждения.

1. Основные математические понятия и факты

1.1 Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа. Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший делитель, наименьшее общее кратное.

Целые числа. Рациональные числа, их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа. Проценты.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Буквенные выражения. Равенства и тождества.

Степень. Корень. Арифметический корень. Логарифмы. Десятичные и натуральные логарифмы. Число e .

Радианная мера углов.

Синус, косинус, тангенс, котангенс числа (угла).

Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.

Одночлен и многочлен.

Корень многочлена с одной переменной.

Понятие функции. Способы задания функций. Область определения. Множество значений функции. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность, ограниченность.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Линейная, квадратичная, степенная, показательная, логарифмическая и тригонометрические функции.

Уравнения. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.

Системы и совокупности уравнений и неравенств. Решение систем и совокупностей.

Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Производная, её физический и геометрический смысл.

Первообразная и неопределенный интеграл. Определенный интеграл, его геометрический смысл.

1.2 Геометрия

Прямая на плоскости, луч, отрезок, ломаная, длина отрезка. Угол, величина угла, вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые.

Треугольник. Медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Выпуклый многоугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Правильный многоугольник. Диагональ.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности, секущая. Дуга окружности и круговой сектор. Центральные и вписанные углы. Длина окружности и дуги окружности.

Площадь многоугольника, круга и кругового сектора.

Симметрия. Равенство и подобие фигур. Отношение площадей подобных фигур.

Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей.

Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью. Скрещивающиеся прямые.

Вписанные и описанные фигуры на плоскости и в пространстве.

Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара.

Площадь поверхности и объем призмы, пирамиды, цилиндра, конуса.

Объем шара. Площадь сферы.

Координатная прямая. Числовые промежутки. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве.

2. Основные формулы и теоремы

Алгебра и начала анализа

Признаки делимости на 2,3,4,5,9,10.

Свойства числовых неравенств.

Формулы сокращенного умножения.

Формулы корней квадратного уравнения.

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители. Теорема Виета.

Свойства линейной функции и ее график.

Свойства квадратичной функции и ее график.

Формулы общего члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Характеристические свойства прогрессий. Сумма бесконечно убывающей прогрессии.

Свойства степеней с натуральными и целыми показателями. Свойства арифметических корней n -ой степени. Свойства степеней с рациональными показателями.

Свойства степенной функции с целым показателем и ее график.

Свойства показательной функции и ее график.

Основное логарифмическое тождество. Свойства логарифмов. Формула перехода к новому основанию.

Свойства логарифмической функции и ее график.

Основное тригонометрическое тождество. Соотношения между функциями одного аргумента. Формулы приведения, сложения, двойного и половинного аргумента, суммы и разности тригонометрических функций. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Преобразование суммы в произведение. Преобразование выражения $a \sin x + b \cos x$ с помощью вспомогательного аргумента.

Формулы решений простейших тригонометрических уравнений.

Свойства тригонометрических функций и их графики.

Производная, ее свойства. Основные формулы дифференцирования.
Уравнение касательной. Производная сложной функции.

Первообразная, ее свойства.

Определенный интеграл. Геометрический смысл определенного интеграла.

Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника.

Свойства точек, равноудаленных от конца отрезка.

Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов треугольника.

Свойство средней линии треугольника.

Свойство серединного перпендикуляра к отрезку.

Свойство биссектрисы угла.

Свойство отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону.

Теоремы о пересечении медиан, пересечении биссектрис и пересечении высот треугольника.

Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма.

Окружность, описанная около треугольника.

Окружность, вписанная в треугольник.

Касательная к окружности и ее свойства.

Измерение угла, вписанного в окружность.

Признаки равенства и подобия треугольников.

Теорема Пифагора.

Теоремы синусов и косинусов для треугольника.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.

Признак параллельности прямой и плоскости.

Признак параллельности плоскостей.

Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.

Признак перпендикулярности плоскостей.

Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей.

Теорема о трех перпендикулярах.

3. Основные умения и навыки

Экзаменуемый должен уметь:

- 1) Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькуляторами или таблицами для вычислений; переводить одни единицы измерения величин в другие.
- 2) Пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические и тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы.
- 3) Исследовать функции; строить графики функций и множества точек на координатной плоскости, заданных уравнениями и неравенствами.
- 4) Использовать свойства и графики функций при решении уравнений и неравенств. Владеть методом интервалов.
- 5) Решать задачи на составление уравнений и неравенств, систем и совокупностей уравнений и неравенств.
- 6) Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним, в том числе с параметрами. Сюда, в частности, относятся уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
- 7) Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости и в пространстве.
- 8) Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии - при решении геометрических задач.
- 9) Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.

10) Пользоваться производной при исследовании функции на монотонность и на экстремумы; при построении графиков функций; при решении задач на отыскание наибольшего (наименьшего) значения функции, а также для решения уравнений и неравенств.

11) Пользоваться понятием определенного интеграла при вычислении площадей плоских фигур.

12) Излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.