

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Ивановский государственный химико-технологический университет

Т.А. Афанасьева, О.Л. Изволова

ТЕОРИЯ РИСКА. МОДЕЛИРОВАНИЕ РИСКОВЫХ СИТУАЦИЙ

Учебное пособие

Иваново 2005

Т.А. Афанасьева, О.Л. Изволова Теория риска. Моделирование рискованных ситуаций: Учеб. пособие/ ГОУ ВПО Ивановский государственный химико-технологический университет. Иваново, 2005. 68с. ISBN 5-9616-0143-9

В пособии излагаются основы теории управления риском, моделирования рискованных ситуаций, приводятся по основным темам примеры задач и их решения.

Предназначено студентам для изучения курса названной дисциплины в технических вузах, а также студентам-бакалаврам направления «Менеджмент»

Табл. 9 Библиогр.:32 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета ГОУ ВПО Ивановского государственного химико-технологического университета

Рецензенты:

кафедра экономики и организации предпринимательства ГОУ ВПО Ивановского государственного университета; доцент кафедры менеджмента, к.э.н. Сокова И.А. ГОУ ВПО Ивановского государственного университета

ISBN 5-9616-0143-9

© ГОУ ВПО «Ивановский государственный химико-технологический университет», 2005

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1. Риск в концепции устойчивого развития	5
1.1. Представление о рисках и определение риска. Виды рисков	5
1.2. Классификация рисков	6
2. Управление риском	18
2.1. Управление риском	18
2.2. Меры риска. Аппарат математического анализа	22
2.3. Организация процесса управления риском	22
3. Моделирование стратегических игр и игр с природой	31
3.1. Теория моделирования игр	31
3.2. Мажорирование стратегий	32
4. Игры при наличии разных видов неопределенностей (игры с природой, позиционные игры). Оценка стоимости информации для принятия решений в условиях неопределенности	37
5. Теория полезности по Нейману-Моргенштерну	43
5.1. Основные определения и аксиомы	43
5.2. Измерение отношения к риску	46
5.3. Страхование от риска	47
5.4. Позиционные игры	57
Контрольные вопросы к курсу	66
«Теория риска. Моделирование рискованных ситуаций»	
Список используемой литературы	67

## Введение

Учебное пособие подготовлено в соответствии со стандартом СД.01 для студентов технологических, механических специальностей, а также для студентов, заканчивающих бакалавриат.

Необходимость новых подходов в экономике диктуется развитием техники и технологии в условиях рыночных отношений. Каждый участник, хозяйствующий субъект должны ориентироваться в своей деятельности, довольно часто связанной с рисковыми ситуациями. Пособие содержит не только теоретические положения в области экономики с учетом рискованных ситуаций, но и практические задачи, игры, модели ситуаций с различными видами рисков.

В первых темах пособия подробно рассмотрено довольно значительное количество видов рисков. Риск как возможная опасность предполагает наступление неблагоприятного события, а поэтому предвидение его и принятие наилучшего решения является для предпринимателя наилучшим выходом из критической ситуации.

В пособии излагается базовый курс управления рисками: виды рисков и их оценка, финансирование риска, экономическая оценка эффективности различных методов управления рисками и др. Рассмотрение риска как экономической категории предполагает выполнение расчетов показателей рискованных ситуаций определенными экономико-математическими методами, т.е. в пособии приведены практические примеры и решения задач.

Полезные советы авторы получили от М.Б. Ермолаева, доцента кафедры экономики и финансов ИГХТУ, за что приносят ему свою благодарность.

# 1. РИСК В КОНЦЕПЦИИ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ

## 1.1. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ О РИСКАХ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ РИСКА. ВИДЫ РИСКОВ

В словаре русского языка С.И. Ожегова термин «*риск*» определяется как «возможная опасность» и «действие наудачу в надежде на счастливый исход» [3]. Исходя из этого можно заключить, что риск предполагает возможность наступления неблагоприятного события, при этом важно его предвидение и в том числе принятие наилучшего решения относительно определенного критерия, характеризующего (определяющего) риск.

В начале XX века увеличение масштабов материального производства и потребления, интенсивное использование материальных ресурсов рассматривались как положительные тенденции развития цивилизации, однако при этом увеличивалось число и масштабы производственных аварий. Материальные убытки общества от аварий и катастроф возрастают [25]. Поэтому дальнейшее развитие цивилизации невозможно без установления жесткого контроля над потенциально опасным производством. Результатом этого стало формирование и быстрое развитие ряда взаимосвязанных областей знания – теория риска, *управление риском, моделирование рискованных ситуаций*.

В данном учебном пособии рассмотрим риски, часто встречающиеся в хозяйственной деятельности предприятий. При этом под экономическим (*хозяйственным*) риском будем понимать опасность возникновения непредвиденных потерь ожидаемой прибыли, дохода или имущества, денежных средств в связи с непредсказуемым изменением условий экономической деятельности. *Набор рисков, соответствующих определенному виду такой деятельности, называют комплексом рисков*. Они характерны, например:

- для промышленного производства,
- инвестиционной деятельности,
- финансовой и коммерческой сферы,
- кредитования (предприятий, физических лиц) и др.

## 1.2. КЛАССИФИКАЦИЯ РИСКОВ

Классификация рисков может быть основана на различных характеристиках:

- причины (род опасности), вызывающие неблагоприятные события;
- характер деятельности, с которым связаны соответствующие риски;
- объекты, на которые направлены риски.

Классификация *по роду опасности* выделяет:

- 1) техногенные (или антропогенные);
- 2) природные и возникающие из-за деятельности человека;
- 3) смешанные риски.

Классификация рисков *по роду деятельности* не совпадает с классификацией страховых рисков, градация которых (последних) весьма подробна и однородна.

Назовем основные *виды рисков по роду деятельности*:

- 1) промышленные;
- 2) экологические;
- 3) инвестиционные;
- 4) кредитные;
- 5) технические;
- 6) предпринимательские;
- 7) финансовые и коммерческие;
- 8) страновые;
- 9) политические.

Рассмотрим основные особенности некоторых (наиболее интересных (значимых) в свете вашей специализации) видов рисков.

**1. Промышленные риски** – это опасность нанесения ущерба предприятию и третьим лицам вследствие нарушения нормального хода производственного процесса. К ним относят также опасность повреждения или утери производственного оборудования и транспорта, разрушение зданий и сооружений в результате воздействия таких внешних факторов, как силы природы и злоумышленные действия [25].

*Для промышленного производства наиболее серьезным и часто встречающимся является риск возникновения отказов машин и аппаратов, технологического оборудования. Наиболее тяжелые проявления производственных рисков – аварийные ситуации.* Подобные вопросы глубоко рассматриваются теорией надежности.

Анализ производственных рисков предусматривает рассмотрение, во-первых, событий различного характера, приводящих к отказам и аварийным ситуациям (природные события – землетрясение, наводнение, оползни, ураганы и т. д.; техногенные – износ зданий, сооружений, ошибки при проектировании, монтаже, строительстве, ДТП, аварии самолетов и т. д.; смешанного характера – нарушение природного равновесия (выброс нефтегаза при бурении, оползни при строительстве) и т. д.), во-вторых - последствий от таких ситуаций.

*Группы неблагоприятных последствий:*

- 1) взрыв,
- 2) пожар,
- 3) поломка механизмов и оборудования,
- 4) нанесение ущерба окружающей среде,
- 5) нанесение ущерба персоналу,
- 6) нанесение ущерба третьим лицам (взрыв или распространение ядовитых веществ за пределы предприятия, ущерб населению, организациям, здоровью людей),

- 7) снижение производства продукции и остановка производства (потеря прибыли из-за уменьшения выпуска, косвенные потери по причине подачи рекламаций, судебных исков).

**2. Экологические риски** – это вероятность наступления гражданской ответственности за нанесение ущерба окружающей среде, а также жизни и здоровью третьих лиц. Последствия аварий разделяют на ближайшие и отдаленные (авария на Чернобыльской АЭС в 1986 году).

Понятие эколого-правовой ответственности впервые было сформулировано в российском законодательстве в законе РСФСР «О предприятиях и предпринимательской деятельности» и в дальнейшем развито в законе РСФСР «Об охране окружающей природной среды», где, в частности, рассматриваются три основных типа вреда, подлежащего компенсации, причиненного:

- 1) окружающей среде источником повышенной опасности;
- 2) здоровью граждан неблагоприятным воздействием на окружающую природную среду;
- 3) имуществу граждан.

**3. Инвестиционные риски** связаны с возможностью недополучения или потери прибыли в ходе реализации инвестиционных проектов. Объектом риска в данном случае выступают имущественные интересы лица, осуществляющего вложение своих средств, т. е. инвестора.

Инвестиционные риски классифицируются в зависимости от особенностей реализации проекта и способа привлечения средств. Выделяют следующие риски:

- 1) кредитные;
- 2) возникающие на первой стадии реализации инвестиционного проекта (ИП);
- 3) предпринимательские, связанные со второй стадией ИП;
- 4) страновые.



Названные риски имеют сложную структуру. Первый, третий и четвертый виды не являются специфичными для инвестиционных рисков, поэтому должны рассматриваться отдельно. Более подробно рассматривается второй вид риска.

*Инвестиционные проекты* (ИП) осуществляются в две стадии: *на первой стадии* инвестируются средства в различные активы (строительство объекта, закупка основных и оборотных фондов); *на второй стадии* возвращаются вложенные средства, и проект начинает приносить прибыль.

*На первой стадии* реализации возникают риски, которые связаны с возможным незавершением проектировочной или строительно-монтажной части проекта, а также с выявлением дефектов *после приемки* объектов в эксплуатацию (технические риски – строительно-монтажные и эксплуатационные).

Среди общих рисков, присущих *первой стадии* реализации проекта, можно выделить следующие возможные риски:

- 1) выявления технических ошибок в проекте;
- 2) возникающие вследствие неправильного оформления юридических прав собственности или аренды на земельный участок и объекты недвижимости, а также разрешения на строительство;
- 3) превышения сметы вследствие удорожания стоимости строительства.

На второй стадии реализации ИП должна быть обеспечена его окупаемость. Эта стадия связана с торговой и производственной деятельностью, т. е. предпринимательской, и поэтому риски второй стадии относят к предпринимательским. Они присущи не только инвестиционной деятельности, но и любому бизнесу.

**4. Кредитные риски** – это риски, связанные с возможным невозвратом суммы кредита и процента по нему. Получаемые финансовые средства (кредит) выдаются при условии их целевого использования (нужды конкретного инвестиционного проекта – ИП). ИП должен иметь технико-экономическое

обоснование, в котором предусматриваются сроки освоения кредита и ожидаемая прибыль.

Невозврат может произойти по различным причинам: незавершение строительства, изменение рыночной и общеэкономической ситуации, недостаточная маркетинговая проработка инвестиционного проекта, чрезвычайные события.

Для кредитора имеют значение также и сроки возврата кредита. Задержка сроков приводит к уменьшению доходности выданного кредита. Для кредитора существует риск прямых убытков из-за невозврата суммы кредита или его части, а также риск косвенных убытков, связанный с задержкой уплаты основного долга и процента по нему.

Возможных путей снижения кредитного риска несколько, в том числе финансовые мероприятия, например, получение финансовых гарантий, страхование. И тот и другой методы являются составной частью общей стратегии отрасли при принятии финансовых решений.

Разновидностью кредитного риска является процентный риск, который возникает в случае получения кредита под «плавающую» процентную ставку. «Плавающая» ставка обычно привязывается к различным международным эталонам (ставка LIBOR, ставка ФРС США, ставки по межгосударственным финансовым инструментам, принятые Европейским Сообществом). При увеличении показателей процентной ставки к моменту возврата заемщик несет дополнительные расходы. Процентный риск возникает и тогда, когда процентная ставка по кредиту определяется в зависимости от изменения мировых экономических показателей на дату получения кредита.

Гарантия и страхование могут предоставляться как кредитору, так и заемщику.

**5. Технические риски** – могут возникать при строительстве объектов и дальнейшей их эксплуатации (строительно-монтажные и эксплуатационные).

Технические риски могут быть составной частью промышленных, предпринимательских и инвестиционных рисков.

К строительно-монтажным относят следующие риски:

- 1) утеря или повреждение строительных материалов и оборудования вследствие неблагоприятных событий: стихийных бедствий, взрыва, пожара, злоумышленных действий и т. д.;
- 2) нарушения в функционировании объекта вследствие ошибок при проектировании и монтаже;
- 3) нанесение физического ущерба персоналу, занятому на строительстве объекта.

По окончании строительства объекта и сдачи заказчику подрядчик принимает на себя гарантийные обязательства по обеспечению его бесперебойной эксплуатации в течение гарантийного срока. В случае обнаружения значительных дефектов подрядчик может понести убытки и оказаться не в состоянии выполнить свои гарантийные обязательства. Такой риск называется риском невыполнения послепусковых гарантийных обязательств.

**6. Предпринимательские риски.** Различают внутренние и внешние предпринимательские риски. Внешние связаны с нанесением убытков и неполучением предпринимателем ожидаемой прибыли вследствие нарушения обязательств контрагентами предпринимателя или по другим, не зависящим от него, обстоятельствам.

Внутренние зависят от способности предпринимателя организовать производство и сбыт продукции. На них влияют следующие факторы:

- 1) уровень менеджмента;
- 2) себестоимость;
- 3) качество и надежность продукции;
- 4) условия сбыта;
- 5) реклама;

- 6) организация послепродажного сервиса;
- 7) наличие оборотных средств;
- 8) клиентура и др.

Страховые компании и финансовые институты не предоставляют предпринимателям (за отдельным исключением) гарантий компенсации убытков от внутренних рисков, поскольку они подвержены воздействию многих субъективных факторов.

Ущерб от предпринимательских рисков бывает прямым и косвенным. Прямой ущерб – это потери основных и оборотных фондов, физический ущерб персоналу, физический и имущественный ущерб третьим лицам (населению и организациям). Косвенный ущерб – это неполучение дохода (упущенная выгода) вследствие перерыва в хозяйственной деятельности по различным причинам.

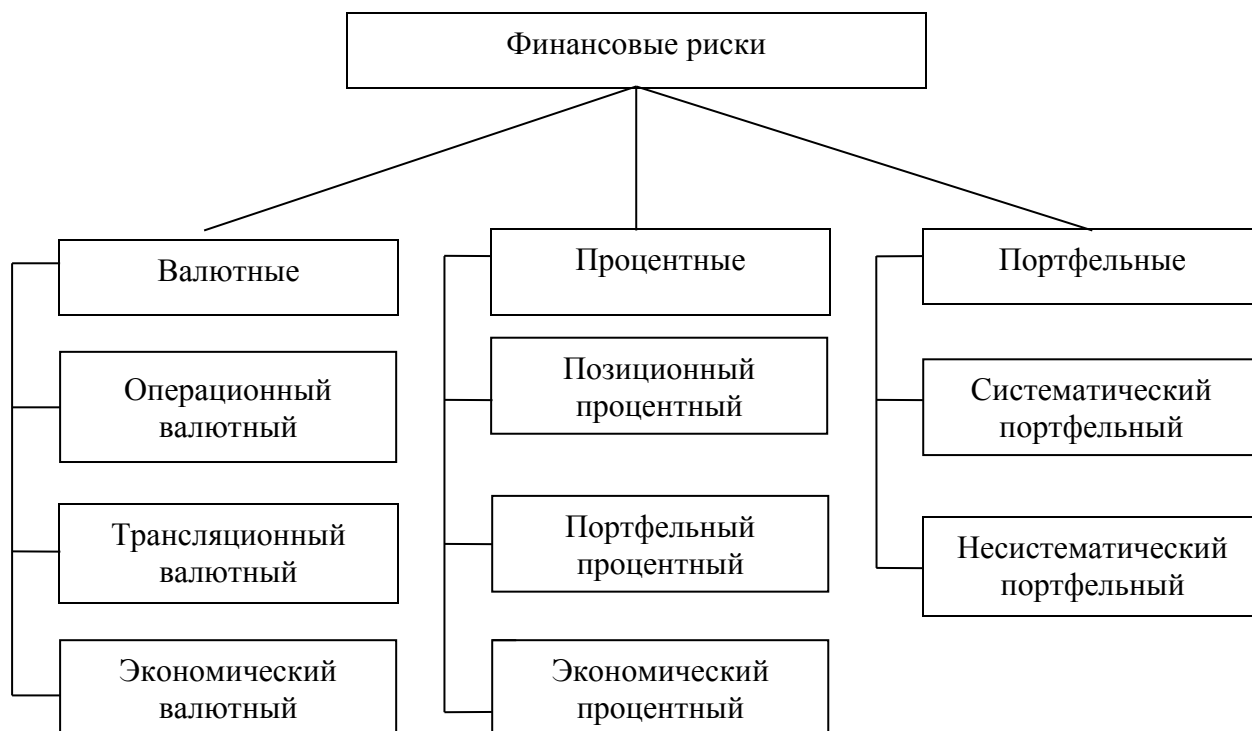
Предпринимательские риски могут быть обусловлены следующими причинами:

- 1) природными (землетрясение, наводнение, смерч и т. д.);
- 2) падение летательных аппаратов и их частей;
- 3) износ зданий и сооружений, поломка машин и оборудования;
- 4) ошибки персонала;
- 5) злоумышленные действия;
- 6) нарушение обязательств контрагентами предпринимателя по сделкам;
- 7) непредвиденные расходы – судебные и иные.

Если предпринимательская деятельность связана с проведением торговых операций, то она подвержена комплексу коммерческих рисков, а если деятельность осуществляется на территории зарубежных стран – комплексу страновых рисков. Различные виды предпринимательства могут быть также подвержены действию отдельных видов финансовых рисков.

**7. Финансовые и коммерческие риски (ФКР).** Финансовые и коммерческие риски можно рассматривать как особую группу рисков в составе широкого спектра рисков предпринимателя (рис 1).

*Финансовые риски* возникают в процессе управления финансами предприятия.



**Рис. 1. Структура финансовых рисков**

Под **валютными рисками** понимают *вероятность возникновения убытков от изменения обменных курсов в процессе внешнеэкономической деятельности в других странах*, а также при получении экспортных кредитов.

**Операционный валютный риск** можно определить как возможность возникновения убытков или недополучения прибыли *в результате изменения обменного курса* и воздействия его на ожидаемые доходы от продажи продукции. В частности, недополучение прибыли иностранным инвестором может произойти из-за снижения курса российской валюты по отношению к национальной валюте страны инвестора при продаже продукции предприятия, построенного на средства инвестора.

**Трансляционный валютный риск** (его также называют балансовым) возникает при наличии у головной компании дочерних компаний или филиалов за рубежом. Его *источником* является возможное *несоответствие между активами и пассивами компании, пересчитанными в валютах разных стран.*

Трансляционный валютный риск возникает в трех случаях:

- 1) необходимость общей оценки эффективности компании, включая филиалы в других странах;
- 2) потребность в составлении консолидированного баланса;
- 3) пересчет налогов в валюте страны местонахождения материнской компании.

**Экономический валютный риск** определяется как *вероятность неблагоприятного воздействия изменений обменного курса на экономическое положение компании.* Он возникает в результате изменения объема товарооборота в стране или цен на средства производства либо на готовую продукцию, а также вследствие изменения конкурентоспособности фирмы по сравнению с другими производителями аналогичных товаров; либо в связи с правительственными мерами, вызванными падением курса национальной валюты: сдерживание роста заработной платы, ограничения на хождение иностранной валюты, обмен денег и др. *Экономический валютный риск сильнее всего проявляется в странах, зависимых от импорта товаров.*

Под **процентными рисками** понимают *вероятность возникновения убытков в случае изменения процентных ставок по финансовым ресурсам.*

**Портфельный риск** отражает влияние изменения процентных ставок на стоимость финансовых активов (акции, облигации). При этом воздействие оказывается не на отдельные виды бумаг, а на инвестиционный портфель в целом. Увеличение процентных ставок на основные кредитные ресурсы уменьшает стоимость портфеля и наоборот.

**Позиционный риск** возникает, если проценты за пользование кредитными ресурсами выплачиваются по «плавающей» ставке. Компания,

выдавшая кредит или имеющая депозит в банке под «плавающие» проценты, понесет убытки в случае понижения процентных ставок. Компания, получившая кредит по «плавающей» ставке, наоборот, понесет убытки в случае повышения процентных ставок.

**Портфельный процентный риск** отражает влияние изменений процентных ставок на стоимость финансовых активов (акций, облигаций) и оказывает воздействие на инвестиционный портфель в целом.

**Экономический (структурный) процентный риск** связан с воздействием изменения процентных ставок на экономическое положение компании в целом. Например, если конкурентами компании выступают производители, привлекающие для своей деятельности большие суммы заемных средств, то конкуренция может усилиться в случае снижения процентных ставок. Рост процентных ставок отрицательно сказывается на активности отраслей хозяйства, связанных со строительством. Изменения процентных ставок могут также повлиять на обменные курсы валют, что отразится на деятельности компании.

**Портфельные риски** показывают *влияние различных макро- и микроэкономических факторов на активы предпринимателя или инвестора*. Портфель активов может состоять из акций и облигаций предприятий, государственных ценных бумаг, срочных обязательств, денежных средств, страховых полисов, недвижимости и т. д. Отдельные факторы риска могут оказывать противоположное воздействие на различные виды активов. *Сбалансированный (рыночный) портфель* в наименьшей степени подвержен влиянию факторов риска, среди них выделяют систематические и несистематические.

**Коммерческие риски** связаны с возможностью *недополучения прибыли или возникновения убытков в процессе проведения торговых операций*. Они проявляются в виде следующих *событий*:

- 1) неплатежеспособности покупателя к моменту оплаты;

- 2) отказа заказчика от оплаты продукции;
- 3) изменения цен на продукцию после заключения контракта;
- 4) снижения спроса на продукцию.

Интеграция финансовой системы России в мировую финансовую систему, расширение зависимости экономики России от экспортно-импортных потоков обусловили существенное усиление влияния финансовых и коммерческих рисков, страновых рисков на результаты экономической деятельности нашей страны.

**8. Страновые риски.** Они возникают при осуществлении предпринимателями и инвесторами своей деятельности на территории иностранных государств. Доход от бизнеса может уменьшаться в случае неблагоприятного изменения политической или экономической ситуации в стране. Потеря или уменьшение дохода от бизнеса происходят по различным причинам:

- 1) изменение политического строя страны;
- 2) экспроприация или национализация объектов иностранной собственности;
- 3) уничтожение или повреждение объектов собственности в результате военных действий или гражданских волнений;
- 4) изменение общегражданского или специальных видов законодательства (таможенного, налогового и др.).

Для инвестора страновые риски в целом определяют вероятность того, что объекты инвестиций будут уничтожены или экспроприированы.

Для предпринимателя страновые риски означают возможность неисполнения заключенных международных контрактов, повреждение или потерю имущества, денежных средств в результате определенных социально-политических или экономических событий.

Большое внимание этому виду риска уделяется вследствие своеобразного «инвестиционного» бума на развивающихся рынках в странах с неустойчивой



экономикой (страны Латинской Америки, Юго-Восточной Азии, Восточной Европы, республики СНГ и Россия). В это время доходность инвестиций весьма велика.

Практическая полезность и содержательность понятия «страновой риск» раскрывается в связи с использованием концепции «мирового портфеля активов». Характер развития мирового финансового кризиса 1997 – 1998 гг. выявил глобальную взаимосвязь экономик различных государств мира («принцип домино») и привел к необходимости пересмотра оценки странового риска в сторону увеличения.

Страновые риски могут быть трех типов:

- 1) социально-политические;
- 2) макроэкономические;
- 3) микроэкономические.

**9. Политические риски.** Политические риски являются важнейшей составной частью страновых рисков. Их суть заключается в возможности недополучения доходов или потери собственности иностранного предпринимателя или инвестора вследствие изменения социально-политической ситуации в стране. Они могут проявиться в виде следующих событий:

- 1) изменения в валютном законодательстве, препятствующие исполнению международных контрактов или репатриации валютной выручки;
- 2) изменения юридической базы, затрудняющие осуществление предпринимательской деятельности;
- 3) национализация или экспроприация предприятий, созданных с участием иностранных инвесторов;
- 4) внесение изменений в арбитражное право;

5) военные действия, гражданские волнения, массовые беспорядки, повлекшие за собой причинение ущерба имущественным интересам предпринимателей.

Политические и другие страновые риски сопутствуют различным видам предпринимательской деятельности, если она осуществляется за рубежом. В этом случае политические риски являются составной частью предпринимательских и инвестиционных рисков.

## **2. УПРАВЛЕНИЕ РИСКОМ**

### **2.1. УПРАВЛЕНИЕ РИСКОМ**

После того, как были даны основные понятия и определения рисков, их классификация, следует дать определение понятия «управление риском». *Во-первых*, управление риском – это новая отрасль знания. *Во-вторых*, вопросы обеспечения безопасности вышли на первый план (теория управления риском).

Итак, **управление риском** – это синтетическая научная дисциплина, которая изучает *влияние на различные сферы деятельности человека случайных событий, наносящих физический и моральный ущерб* [3, 25]. Точнее было бы говорить об управлении риском не как о науке, а как о *метрологии*, обладающей:

- 1) набором терминов;
- 2) классификацией;
- 3) единым подходом к анализу различных рисков.

Управление рисками требует разработки научно обоснованной стратегии, которая должна включать:

- 1) разработку единого подхода к классификации рисков;
- 2) организацию на предприятиях отделов по управлению риском;
- 3) создание и внедрение методик:
  - а) регистрации убытков в материальном и экономическом выражении;

- б) прогнозирования аварийных ситуаций и оценки возможных последствий;
- в) формирования глобальной базы данных об убытках в рамках целой отрасли;
- 4) разработку методик оценки сравнительной эффективности различных мер по управлению риском и рекомендаций по их использованию в конкретных случаях;
- 5) активное использование страхования и самострахования.

Основные свои понятия и методы теория управления риском почерпнула прежде всего из техники, инженерии, теории машин и механизмов, страхового и биржевого дела. По-видимому, понятия «риск», «ущерб» применительно к деловой сфере деятельности человека были сформулированы в страховом деле и позднее – в биржевом. Из механики, где изучается надежность машин, механизмов, аппаратов и т. п. в теорию управления риском перешли такие методы, как 1) деревья отказов; 2) деревья событий, с помощью которых можно выявить возможность возникновения отказа (риска).

Понятие риск-менеджмент оформилось во второй половине XX века и пока еще не устоялось в полной мере, т.к. довольно велико разнообразие видов рисков. Дополнительные сложности создает наличие бытовых трактовок понятий «риск», «убыток», «потеря» и т. п.

Для построения научной схемы риск-менеджмента важно, что большинство неблагоприятных событий обладает свойством вероятности их реализации. Вероятность события - это его математический признак, означающий возможность рассчитать частоту наступления события (риска) при наличии достаточного количества статистических данных (наблюдений).

Таким образом, риск как отдельное событие обладает двумя наиболее важными с точки зрения риск-менеджмента свойствами – вероятностью и ущербом. Риск как совокупность событий обладает набором (дискретным или

непрерывным) его реализаций, каждая из которых характеризуется своей вероятностью и размером ущерба.

Каждое неблагоприятное событие порождается некоторым набором исходных причин, т. е. инцидентов. Цепочка последовательных «шагов», ведущих от инцидента к конечному событию («главному») – это сценарий [3,25]. Вероятность реализации «сценария» и соответствующего ему «главного» события можно рассчитать, зная вероятность возникновения исходных инцидентов и промежуточных шагов.

Следует отметить, что риск бывает еще и таких двух видов, как динамический и статический. Динамический риск связан с возникновением непредвиденных изменений (например, капитала) вследствие принятия управленческих решений, рыночных или политических обстоятельств (последствия могут быть даже и положительными). Статический риск обусловлен возможностью потерь реальных активов вследствие нанесения ущерба собственности и потерь дохода из-за недееспособности (какого-либо лица или организации).

В условиях нестабильной, быстро меняющейся ситуации от действий конкурентов, изменения конъюнктуры рынка необходимо учитывать все возможные последствия. Поэтому для обеспечения всей необходимой информацией при принятии решений по защите от возможных финансовых потерь целесообразно проведение анализа рынка с использованием следующих условий или предположений:

- 1) потери от риска не зависят друг от друга;
- 2) максимально возможный ущерб не должен превышать финансовых возможностей участников проекта.

Исследование (анализ) рынка целесообразно проводить в следующей последовательности:

- 1) выявление объективных, не зависящих от фирмы (инфляция, конкуренция, анархия, политический и экономический кризисы,

экология, налоги и т. д.), и субъективных, характеризующих данную фирму (производственный потенциал, техническое оснащение, уровень производительности труда, проводимая финансовая, техническая и производственная политика) факторов, влияющих на конкретный вид риска;

- 3) анализ выявленных факторов;
- 4) оценка конкретного вида риска с финансовых позиций, определяющая либо финансовую состоятельность проекта, либо его экономическую целесообразность;
- 5) установка допустимого уровня риска и анализ отдельных операций по выбранному уровню риска;
- 6) разработка мероприятий по снижению риска.

Поскольку финансирование проекта является одним из наиболее важных условий эффективности его выполнения, то в плане финансирования должны учитываться следующие виды рисков (дополнительные к вышеназванным в п.1.1.):

- 1) риск нежизнеспособности проекта;
- 2) налоговый риск;
- 3) риск неуплаты задолженностей;
- 4) риск незавершения строительства.

В существующей практике применяются следующие четыре основных способа управления риском:

- 1) распределение риска между всеми участниками проекта (передача части риска соисполнителям);
- 2) страхование;
- 3) резервирование средств на покрытие непредвиденных расходов;
- 4) диверсификация.

*Анализ рисков* подразделяется на два вида (дополняющих друг друга): *качественный*, главная задача которого – определение факторов риска и

обстоятельств, приводящих к рисковым ситуациям, и *количественный*, позволяющий вычислить размеры отдельных рисков и риска проекта в целом.

## 2.2. МЕРЫ РИСКА. АППАРАТ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Мерой риска некоторого коммерческого (финансового) решения или операции следует считать среднее квадратическое отклонение или положительный квадратный корень из дисперсии или стандарт.

$$\sigma = \sqrt{M(x^2) - M^2(x)},$$

где  $\sigma^2 = M [ x - M(x) ]^2$  - дисперсия;

$$M(x) = \sum_{i=1}^n p_i x_i - \text{математическое ожидание};$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i - \text{вероятное значение случайной величины } x;$$

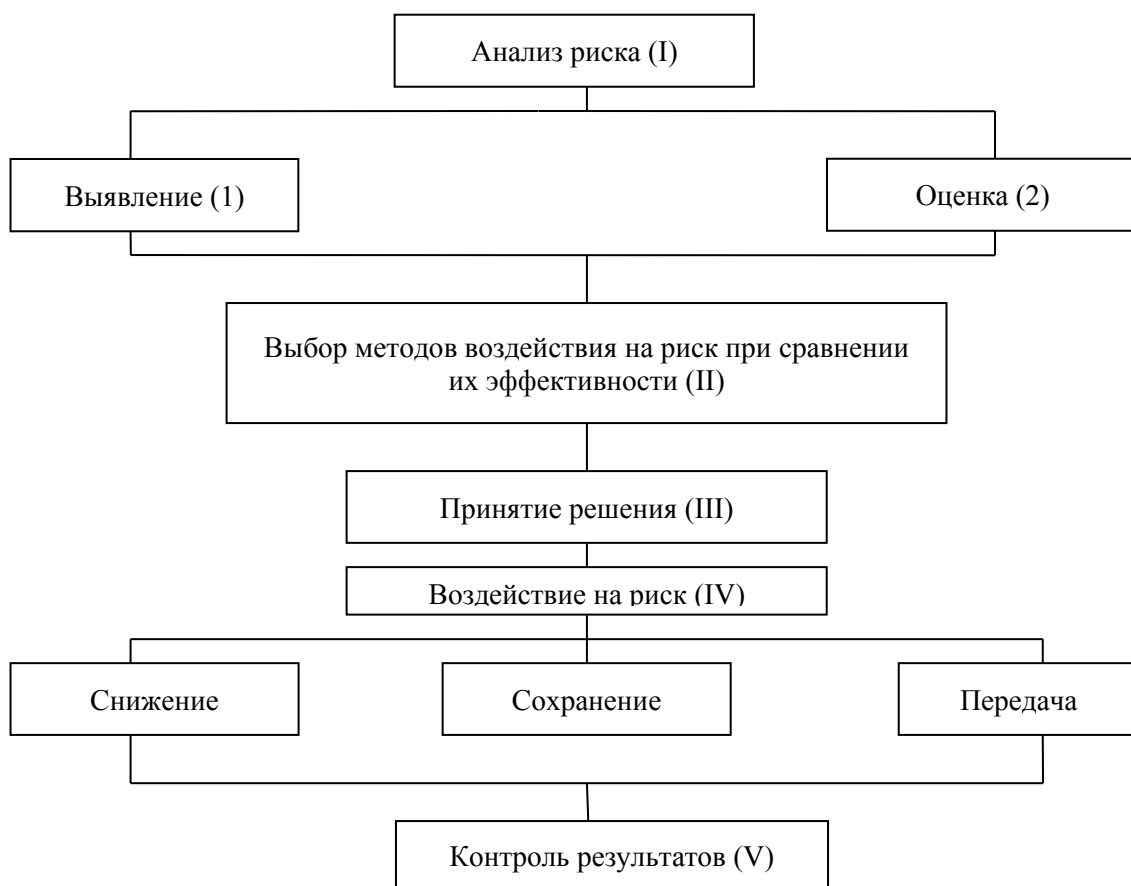
$p$  – вероятность появления значения  $x$ .

Таким образом,  $M(x)$  – теоретическая величина, к которой приближается среднее значение  $\bar{x}$  случайной величины  $x$  при большом числе испытаний.

## 2.3. ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ РИСКОМ

**Управление риском** – многоступенчатый процесс, который имеет своей целью уменьшить или компенсировать ущерб для объекта при наступлении неблагоприятных событий [5]. Важно понимать, что минимизация ущерба и снижение риска – неадекватные понятия. Второе означает либо уменьшение возможности ущерба, либо понижение вероятности наступления неблагоприятных событий. Существуют различные финансовые механизмы управления риском, например, страхование, которое обеспечивает

компенсацию ущерба, но не влияет ни на размер ущерба, ни на вероятность риска.



**Рис.2. Общая схема управления риском**

В этой схеме отмечены 5 основных этапов. *Анализ риска (I)* – начальный этап, имеющий целью получение необходимой информации о структуре, свойствах объекта и имеющихся рисках. Анализ состоит из выявления риска (1) и оценки риска (2). При оценке риска приводится описание рисков, построение функции распределения вероятности наступления ущерба в зависимости от его размера. Выявление и оценка тесно связаны, анализ может идти в двух противоположных направлениях.

Этап **выбора метода воздействия на риски (II)** преследует цель *минимизировать возможный ущерб в будущем*. Сравнение методов воздействия происходит на основе различных критериев, в том числе экономических.

*После выбора оптимальных способов воздействия на конкретные риски формируется общая стратегия управления всем комплексом рисков – III этап – принятие решений, который определяет требуемые финансовые и трудовые ресурсы, во время которого происходит постановка и распределение задач среди менеджеров, осуществляется анализ рынка соответствующих услуг, проводятся консультации со специалистами.*

Процесс *воздействия на риск (IV)* состоит из трех элементов: *снижение, сохранение и передача риска*. *Снижение риска* подразумевает уменьшение либо *размеров* возможного ущерба, либо *вероятности* наступления неблагоприятных событий (например, предупредительные организационно-технические мероприятия – *противопожарные устройства, обучение поведению в экстремальных условиях*).

*Сохранение риска не всегда означает отказ от любых действий, направленных на компенсацию ущерба («без финансирования»)*. Могут быть созданы специальные резервные фонды (фонды самострахования или фонд риска), а также могут быть использованы кредиты, займы, получены государственные дотации.

*Передача риска означает передачу ответственности за него третьим лицам* (страхование, финансовые гарантии, поручительства и т. д.).

Многие меры по сохранению и передаче риска являются по своей сути *финансовыми механизмами* и не влияют на частоту возникновения рисков, а также на масштабы убытков до их компенсации.

Специфическим методом управления финансовыми рисками является *хеджирование*, которое, никак не влияя на частоту наступления убытков в виде уменьшения стоимости портфеля активов, путем специальных мероприятий уменьшает их масштаб.

Страхование [3 или 25] изначально было наиболее распространенным в мире методом воздействия на риск. В развитых странах (рыночных) таких, как США, Япония, Германия *ежегодные выплаты* (страховых) достигают 7 – 9 %



ВВП. В России ранее было централизованное (государственное) управление экономикой, создавались *государственные резервы* для помощи в случае наступления неблагоприятных ситуаций (самострахование в масштабах всей страны). Многие виды рисков (финансовые, коммерческие и др.) полностью отсутствовали. В условиях рыночной экономики объемы государственной поддержки сокращаются во много раз. По официальным данным существующий рынок страховых услуг покрывает не более 10 – 20 % общей потребности экономики страны. Поэтому значительную роль в деятельности российских компаний играют другие методы управления риском, в том числе организация и осуществление предупредительных мероприятий, самострахование.

В идеале для управления риском на предприятии, в организации должно быть создано специальное подразделение – «отдел (отделение) управления рисками», возглавляемое риск-менеджером, т.е. руководителем, занимающимся исключительно проблемами управления рисками, координацией деятельности, обеспечением компенсации возможных потерь.

Контроль и корректировка (V) результатов реализации выбранной стратегии – последний этап в управлении рисками. Контроль состоит в получении информации от менеджеров о произошедшем (убытки и принятые меры). Раз в 2 – 3 года должен происходить пересмотр данных об эффективности принимаемых мер по управлению рисками.

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРАТЕГИЧЕСКИХ ИГР И ИГР С ПРИРОДОЙ

#### 3.1. ТЕОРИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИГР

Теория игр позволяет найти лучшее решение для поведения участников (фирм, объединений, министерств и др.) проектов, когда их интересы не совпадают. Теория игр все шире проникает в практику экономических решений и исследований [10], т.е. это инструмент, помогающий повысить эффективность плановых и управленческих решений (в промышленности, на транспорте, в сельском хозяйстве, в торговле и т.д.)

Обычно теорию игр определяют как раздел математики для изучения конфликтных ситуаций, что означает нахождение оптимального поведения каждой стороны конфликта.

В экономике, например, оказался недостаточным аппарат математического анализа, занимающийся определением экстремумов функций. Появилась необходимость изучения так называемых оптимальных минимальных и максимальных решений. Следовательно, теорию игр можно рассматривать как новый раздел оптимизационного подхода, позволяющего решать новые задачи при принятии решений.

#### Термины элементов игры

Игра – это упрощенная формализованная модель реальной конфликтной ситуации. Математическая формализация означает, что выработаны определенные правила действия сторон в процессе игры:

- 1) варианты действия сторон;
- 2) исход игры при данном варианте действия;
- 3) объем информации каждой стороны о поведении всех других сторон.

Выигрыш или проигрыш сторон оценивается численно, другие случаи в теории игр не рассматриваются.

**Игрок** – одна из сторон игровой ситуации. **Стратегия игрока** – его правила действия в каждой из возможных ситуаций игры.

Если процесс управления рассматривается как игра, то применяют существующие игровые системы управления.

В теории игр не существует установившейся классификации видов игр. Однако по определенным критериям некоторые **виды игр** можно назвать:

1. В зависимости от количества игроков: а) **игра двух лиц** (в игре участвуют двое);  
б) *игра «n» игроков* ( в игре участвуют несколько (n) игроков ).
2. В зависимости от количества стратегий игры. Игры *конечные* и *бесконечные*. В конечном итоге каждый игрок имеет конечное число стратегий. Если хотя бы один игрок имеет бесконечное число стратегий – игра называется бесконечная.
3. В зависимости от взаимоотношений сторон: кооперативные, коалиционные и бескоалиционные.

Кооперативная игра – игра, в которой заранее определены коалиции. Если игроки не имеют права вступать в соглашения, образовывать коалиции, то такая игра называется бескоалиционной, наоборот – коалиционная игра.

4. В зависимости от характера выигрышей: игра с нулевой суммой и ненулевой суммой. Первая игра предусматривает условие: «сумма выигрышей всех игроков в каждой партии равна нулю». Игры двух игроков с нулевой суммой относят к классу антагонистических. Выигрыш одного игрока при этом равен выигрышу другого.

Пример таких игр: экономические задачи – в них общий капитал всех игроков перераспределяется между игроками, но не меняется - *стратегические игры*.

5. В зависимости от вида функции выигрышей: *матричные, биматричные, непрерывные, выпуклые, сепарабельные* и т.д. Матричные и биматричные - игра с нулевой суммой (*см. табл. 1*); функция выигрышей может быть разделена на сумму произведений функций одного аргумента.

Таблица 1

Платежная матрица

Игрок 1	Игрок 2				
	B1	B2	...	Bn	$\alpha_i$
A1	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$	...	$\alpha_{1n}$	$\alpha_1$
A2	$\alpha_{21}$	$\alpha_{22}$	...	$\alpha_{2n}$	$\alpha_2$
...	...	...	...	...	...
A <sub>m</sub>	$\alpha_{m1}$	$\alpha_{m2}$	...	$\alpha_{mn}$	$\alpha_m$
$\beta_j$	$\beta_1$	$\beta_2$	...	$\beta_n$	$\beta_m$

6. В зависимости от количества ходов: *одношаговые и многошаговые*.

Одношаговые игры – заканчиваются после одного хода каждого игрока.

Многошаговые игры: позиционные, стохастические, дифференциальные и др. [16-18].

7. В зависимости от информированности сторон: игры с неполной информацией, игры с полной информацией.

8. В зависимости от степени неполноты информации: *статистические* (в условиях частичной неопределенности), стратегические (в условиях полной неопределенности).

К статистическим играм часто относят так называемые «игры с природой», в которых имеется возможность получения информации на основе статистического эксперимента, когда вычисляется и оценивается распределение вероятностей состояний (стратегий) природы. С теорией статистических игр тесно связана теория принятия экономических решений.

Пусть игрок 1 имеет  $m$  стратегий  $A_i$ , а игрок 2 имеет  $n$  стратегий  $B_j$  ( $i = \overline{1, m}$ ;  $j = \overline{1, n}$ ). Игра может быть названа игрой  $m \cdot n$ . Таблица 1 – это матрица эффективности игры двух лиц с нулевой суммой. В данной матрице элементы  $\alpha_{ij}$  – значения выигрышей игрока 1 (могут означать и математическое ожидание выигрыша (среднее значение), если выигрыш является случайной величиной). Величины  $\alpha_i$ ,  $i = \overline{1, m}$  и  $\beta_j$ ,  $j = \overline{1, n}$  – соответственно минимальные значения элементов  $\alpha_{ij}$  по строкам и максимальные по столбцам.

Итак, матричная игра (представлена матрицей выигрышей  $m \cdot n$ ), где число строк  $i = \overline{1, m}$ ; а число столбцов  $j = \overline{1, n}$ .

### Задача №1.

Определить верхнюю и нижнюю цены при заданной матрице игры и указать максиминную и минимаксную стратегии (стратегии  $\beta_j, \alpha_i$ ).

$A_i$	B			$\alpha_i$
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	
$A_1$	1	2	3	1
$A_2$	4	5	6	4
$\beta_i$	4	5	6	

Решение.

1. Нижняя цена игры:

$\alpha_1 = 1; \alpha_2 = 4; \alpha = 4$  (столбец  $\alpha_i$ ).

2. Верхняя цена игры:

$\beta_1 = 4; \beta_2 = 5; \beta_3 = 6; \beta = 4$  (строка  $\beta$ ).

Таким образом,  $\alpha = \beta = 4$ , т.е.  $\max_i \min_j \alpha_{i,j} = \min_j \max_i \alpha_i = 4$ .

Значит  $\alpha = \beta = \chi = 4$  – чистая цена игры при стратегиях  $A_2$  и  $B_1$ . Следовательно, имеем игру с седловой точкой.

### Задача №2.

Определить максиминную и минимаксную стратегии при заданной матрице эффективности.

$A_i$	$B_i$			
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	2	7	6	10
$A_2$	8	4	9	5

Решение.

1. Максиминная стратегия:

$\alpha_1 = 2; \alpha_2 = 4; \alpha = 4$ .

Максиминная стратегия – строка  $A_2$ .

2. Минимаксная стратегия:

$$\beta_1 = 8; \beta_2 = 7; \beta_3 = 9; \beta_4 = 10; \beta = 7.$$

Минимаксная стратегия – столбец  $V_2$ . Здесь  $\alpha < \beta$ , следовательно, седловой точки нет.

Замечание. Если матрица игры содержит элемент, минимальный в своей строке и максимальный в своем столбце, то он является седловой точкой (игра с седловой точкой).

Если в игре с седловой точкой один игрок придерживается седловой точки, тогда другой получит лучший результат, если также будет придерживаться этой точки. В данном случае решением игры являются:

- 1) чистая стратегия игрока 1;
- 2) чистая стратегия игрока 2;
- 3) седловой элемент.

**Оптимальные чистые стратегии** – это чистые стратегии, образующие седловую точку.

В игре без седловой точки, если игрок 1 информирован о стратегии, принятой игроком 2, он сможет принять оптимальную стратегию, которая не совпадает с максиминной.

### Задача №3.

$$\left( \begin{array}{ccccc} 3 & 5 & 8 & 6 & 11 \\ 8 & 4 & 12 & 7 & 9 \end{array} \right) \text{Дана матрица игры } A =$$

При допущении того, что игроку 1 стало известно, что игрок 2 принял минимаксную стратегию. Определить оптимальную стратегию игрока 1 зная, что  $V_2$  – стратегия игрока 2 ( $\beta = 5$ ).

Решение.

1. Максиминная стратегия игрока 1:

$$\alpha_1 = 3; \alpha_2 = 4; \alpha = 4.$$

Стратегия игрока 1  $A_2$  - максиминная.

2. Оптимальная стратегия игрока 1- ею будет не  $A_2$ , дающая игроку выигрыш  $\alpha = 4$ , а та стратегия, которая соответствует  $\max \alpha_{i,j}$ . В этом случае его максимальный гарантированный выигрыш равен верхней цене игры  $\beta = 5$ , поэтому он выберет свою оптимальную стратегию  $A_1$ , зная, что игрок выбрал свою стратегию  $B_2$ . Таким образом, рассмотренный пример дает результат, отличный от результата, при игре с седловой точкой.

**Стратегия является оптимальной**, если ее применение обеспечит игроку наибольший гарантированный выигрыш при любых возможных стратегиях другого игрока. На данном примере показано, что бывают ситуации, когда игрок 1 может получить выигрыш, превосходящий максиминный, если ему известны намерения игрока 2.

Замечание. Существует основная теорема матричных игр (теории игр), доказанная в 1951г. Дж. Данцигом, в которой подтверждается математическое соответствие между стратегическими матричными играми и линейным программированием. *Доказательство см. [8] стр.158.*

#### **Задача №4.**

Выбрать оптимальный режим работы новой системы ЭВМ, состоящий из двух ЭВМ типов  $A_1$  и  $A_2$ . Известны выигрыши от внедрения каждого типа ЭВМ в зависимости от внешних условий, если сравнивать со старой системой. При использовании ЭВМ типов  $A_1$  и  $A_2$  в зависимости от характера решаемых задач  $B_1$  и  $B_2$  (долговременные и краткосрочные) будет разный эффект. Предполагается, что максимальный выигрыш соответствует наибольшему значению критерия эффекта от замены вычислительной техники старого поколения ЭВМ типа  $A_1$  и  $A_2$ .

Итак, это очевидно аналогия с предыдущими задачами, дана матрица игры, где  $A_1$  и  $A_2$  – стратегии руководителя,  $B_1$  и  $B_2$  – стратегии, отражающие характер решаемых на ЭВМ задач. Требуется найти оптимальную смешанную стратегию руководителя и гарантированный средний результат  $\chi$ , т.е. определить, какую долю времени должны использовать ЭВМ типов  $A_1$  и  $A_2$ .

A <sub>i</sub>	B <sub>i</sub>		
	B1	B2	α <sub>i</sub>
A1	0,3	0,8	0,3
A2	0,7	0,4	0,4
β <sub>i</sub>	0,7	0,8	

Решение.

Запишем условия в принятых индексах:  $\alpha_{11} = 0,3$ ;  $\alpha_{12} = 0,8$ ;  $\alpha_{21} = 0,7$ ;  $\alpha_{22} = 0,4$ .

Определим нижнюю и верхнюю цены игры:

$$\alpha_1 = 0,3; \alpha_2 = 0,4; \alpha = 0,4.$$

$$\beta_1 = 0,7; \beta_2 = 0,8; \beta = 0,7.$$

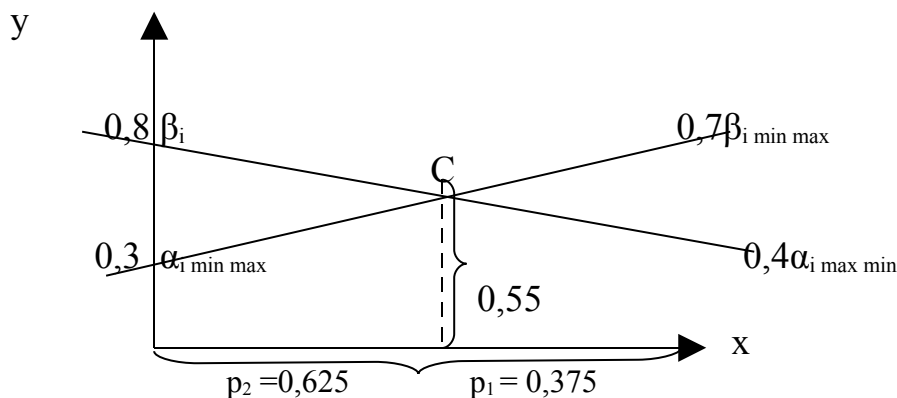
Получаем игру без седловой точки, т.к.  $\max_i \min_j \alpha_{i,j} = \alpha_{22} = 0,4$ ;

$$\min_j \max_i \alpha_{i,j} = \alpha_{21} = 0,7.$$

Максиминная стратегия руководителя вычислительного центра – A<sub>2</sub>. Для этой стратегии гарантированный выигрыш  $\alpha = 0,4$  (40%) по сравнению со старой системой [8 стр.31,32].

Если изобразить графически решение задачи, то эффект от замены ЭВМ старого образца на новые составит 55% (при сравнении нового и старого).

Время, которое затрачено на работу ЭВМ, составит A<sub>1</sub> = 37,5%, A<sub>2</sub> = 62,5%.



**Рис.3 Графическое решение задачи 4**

### 3.2. МАЖОРИРОВАНИЕ СТРАТЕГИЙ

К приведенной классификации игр необходимо дать понятие «мажорирование стратегий» (МС). М (доминирование) представляет



отношение между стратегиями, наличие которого во многих случаях дает возможность сократить размеры исходной платежной матрицы игры.

Для изложения теории рассматриваемого вопроса приводится матрица эффективности, матрица игры, платежная матрица (табл. 1). Иначе говоря, мы рассматриваем так называемые матричные игры, т.е. это конечные игры двух игроков с нулевой суммой. В общем случае платежная матрица является прямоугольной. Номер строки матрицы соответствует номеру стратегии, применяемой игроком.

1. Номер столбца соответствует номеру стратегии игрока 2.

Выигрыш игрока 1 является элементом матрицы. Выигрыш игрока 2 равен (означает) проигрышу игрока 1.

Таблица 2

		Платежная матрица				
		Игрок 2				
Игрок 1		$B_1$	$B_2$	...	$B_n$	$\alpha_i$
$A_1$		$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$	...	$\alpha_{1n}$	$\alpha_1$
$A_2$		$\alpha_{21}$	$\alpha_{22}$	...	$\alpha_{2n}$	$\alpha_2$
...		...	...	...	...	...
$A_m$		$\alpha_{m1}$	$\alpha_{m2}$	...	$\alpha_{mn}$	$\alpha_m$
$\beta_j$		$\beta_1$	$\beta_2$	...	$\beta_n$	$\beta_m$

Матрица эффективности, (матрица игры) включает все значения выигрышей (в конечной игре).

Пусть игрок 1 имеет  $m$  стратегий  $A_i$ , а игрок 2 –  $n$  стратегий  $B_j$ , где  $i = 1, \dots, m$ ;  $j=1, \dots, n$ . Игра может быть названа игрой  $m \times n$ . Представленная матрица – это матрица эффективности игры двух лиц с нулевой суммой. В данной матрице элементы  $\alpha_{ij}$  – значения выигрышей игрока 1 – могут означать также математическое ожидание выигрыша (среднее значение), если выигрыш является случайной величиной. Величины  $\alpha_i, i = \overline{1, m}$ ; и  $\beta_j, j = \overline{1, n}$ ; – означают

минимальные значения элементов  $\alpha_{i,j}$  по строкам, и максимальные – по столбцам [7,9,13,14].

Представленная матрица называется также матрицей выигрышей  $m \times n$ , в которой число строк  $i = 1, \dots, m$ ; а число столбцов  $j = 1, \dots, n$ .

Итак, получив некоторое представление о существующих подходах к классификации игр, далее можно на примере матрицы (табл.1) дать представление, как делается **оценка игры**.

Применим принцип получения максимального гарантированного результата при наихудших условиях (ситуации риска). Игрок 1 стремится принять стратегию, обеспечивающую максимальный проигрыш игрока 2. Соответственно, игрок 2 стремится принять стратегию, обеспечивающую минимальный выигрыш игрока 1. Рассмотрим эти подходы.

**Игрок 1.** Он должен получить максимальный гарантированный результат при наихудших условиях, т.е. наименьшее значение своего выигрыша  $\alpha_{i,j}$ , которое обозначается:

$$\alpha_i = \min_j \alpha_{i,j}.$$

Для этого нужно из всех  $\alpha_i$  выбрать наибольшее значение, обозначив его  $\alpha$ , назовем чистой нижней ценой игры – «максимин»:

$$\alpha = \max_i \alpha_i = \max_i \min_j \alpha_{i,j}.$$

Таким образом, максиминной стратегии отвечает строка матрицы, которой соответствует элемент  $\alpha$ . Какие бы стратегии ни применял игрок 2, игрок 1 максиминной чистой стратегией гарантировал себе выигрыш, не меньший, чем  $\alpha$ . Таково оптимальное поведение игрока 1.

**Игрок 2.** Своими оптимальными стратегиями он стремится уменьшить выигрыш игрока 1, поэтому при каждой  $j$ -й чистой стратегии он отыскивает величину своего максимального проигрыша  $\beta_j = \min_i \alpha_{i,j}$  в каждом  $j$ -м столбце, т.е. определяет максимальный выигрыш игрока 1, если игрок 2 применит  $j$ -ю чистую стратегию. Из всех своих  $n$   $j$ -х чистых стратегий он отыскивает такую,

при которой игрок 1 получит минимальный выигрыш, т.е. определяет чистую верхнюю цену игры – «минимакс»:

$$\beta = \max_j \beta_j = \min_j \max_i \alpha_{i,j}.$$

Чистая верхняя цена игры показывает, какой максимальный выигрыш может гарантировать игрок 1, применяя свои чистые стратегии, - выигрыш, не меньший, чем  $\alpha$ . Игрок 2 за счет вышеуказанного не допустит, чтобы игрок 1 мог получить выигрыш больший, чем  $\beta$ . **Минимаксная** стратегия отображается столбцом, в котором находится элемент  $\beta$ . Она является оптимальной чистой гарантирующей стратегией игрока 2, если он ничего не знает о действиях игрока 1.

Чистая цена игры  $\chi$  - цена данной игры:

$$\chi = \max_i \min_j \alpha_{i,j} = \min_j \max_i \alpha_{i,j} = \chi.$$

Если нижняя и верхняя ее цены совпадают, то игра называется игрой с седловой точкой.

Рассмотрим понятие мажорирование (доминирование) стратегий на примере.

### Задача №5.

Дана следующая матрица некоторой игры.

	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$
$\alpha_1$	-0,5	3	-1
$\alpha_2$	0	2	0,5

Рассуждая с позиций игрока 2, можно обнаружить преимущество его третьей стратегии перед второй, поскольку при первой стратегии игрока 1 выигрыш игрока 2 равен – 3 (вторая стратегия) и 1 (третья стратегия), а при второй стратегии игрока 1 выигрыш игрока 2 равен –2 (вторая стратегия) и -0,5 (третья стратегия). Таким образом, при любой стратегии игрока 1 игроку 2 выгоднее применить свою третью стратегию по сравнению со второй; при наличии третьей стратегии игрок 2, если он стремится играть оптимально, никогда не будет использовать свою вторую стратегию, поэтому ее можно

исключить из игры, т.е. в исходной матрице можно вычеркнуть второй столбец, тогда

-0,5	-1
0	0,5

С позиции игрока 1 его первая стратегия оказывается хуже второй, т.к. по первой он проигрывает. Поэтому первую стратегию можно исключить, а матрица примет вид:

0	0,5
---	-----

Учитывая интересы игрока 2, следует оставить только его первую стратегию, поскольку, выбирая вторую стратегию игрок 2 оказывается в проигрыше (0,5 выигрыш игрока 1), и матрица игры принимает простейший вид:

0
---

То есть имеется седловая точка. Мажорирование можно распространить и на смешанные стратегии.

### Задача №6.

Необходимо закупить уголь для обогрева дома. Количество хранимого угля ограничено и в течение холодного периода должно быть полностью израсходовано. Предполагается, что неизрасходованный зимой уголь в лето пропадает. Покупать уголь можно в любое время, однако летом он дешевле, чем зимой. Неопределенность состоит в том, что неизвестно, какой будет зима: суровой, тогда придется уголь докупать, или мягкой, тогда часть угля может оказаться неиспользованной [8 стр.39].

Решение.

Матрица игры с природой аналогична матрице стратегической игры:

$A = \|\alpha_{ij}\|$ , где  $\alpha_{ij}$  – выигрыш игрока 1 при реализации его чистой стратегии  $i$  и чистой стратегии  $j$  игрока 2 ( $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$ ).

Мажорирование стратегий в игре с природой имеет определенную специфику: исключить из рассмотрения можно лишь доминируемые стратегии игрока 1: если для всех  $j = 1, \dots, n; \alpha_{kj} \leq \alpha_{lj}; k$  и  $l = 1, \dots, m$  то  $k$ -ю стратегию принимающего

решения игрока 1 можно не рассматривать и вычеркнуть из матрицы игры. Столбцы, отвечающие стратегиям природы, вычеркивать из матрицы игры (исключать из рассмотрения) недопустимо, поскольку природа не стремится к выигрышу в «игре» с человеком, она действует неосознанно, но иногда значения выигрышей лица, принимающего решение (ЛПР) не всегда располагаются по строкам. Это допустимо делать и по столбцам, принимая ЛПР как игрока 2, однако мажорировать можно только стратегии ЛПР. Такой подход осуществлен (в гл. 6-8 [8] стр. 39) в задачах на страницах материала для практических занятий.

#### **4. ИГРЫ ПРИ НАЛИЧИИ РАЗНЫХ ВИДОВ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ (ИГРЫ С ПРИРОДОЙ, ПОЗИЦИОННЫЕ ИГРЫ). ОЦЕНКА СТОИМОСТИ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ**

Различные виды рисков и создаваемые ими ситуации могут быть рассмотрены в виде моделей (стратегические игры). В экономической практике данные модели могут не в полной мере оказаться адекватными действительности, поскольку реализация модели предполагает многократность повторения действий (решений). В реальности количество принимаемых экономических решений в неизменных условиях жестко ограничено (может быть даже однократным). Такое условие порождает необходимость развития методов моделирования принятия решений в условиях неопределенности и риска. Следующим этапом такого развития являются игры с природой. Изучение игр с природой, также как и стратегических, должно начинаться с построения платежной матрицы, что является наиболее трудоемким этапом подготовки принятия решения. Ошибки в матрице не могут быть компенсированы никакими вычислительными методами и приведут к неверному итоговому результату.

Отличительная особенность игры с природой заключается в том, что в ней сознательно действует один из участников, называемый в большинстве случаев игроком 1. Игрок 2 (природа) сознательно против игрока 1 не действует, а выступает как не имеющий конкретной цели и случайным образом выбирающий очередные «ходы» партнер по игре.

Неопределенность, связанную с отсутствием информации о вероятностях состояний среды (природы), называют «безнадежной» или «дурной». В таких случаях для определения наилучших решений используются следующие критерии: максимакса, Вальда, Сэвиджа, Гурвица.

Методы принятия решений в условиях риска разрабатываются и обосновываются в рамках так называемой теории статистических решений. В случае «доброкачественной» (стохастической) неопределенности, когда состояниям природы поставлены в соответствие вероятности, заданные экспертно или вычисленные. Решение обычно принимается на основе критерия максимума ожидаемого среднего выигрыша или минимума ожидаемого среднего риска (матрицы 1 либо 2):

$P_j$  – это природа.

		$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	
	$A_1$	3	4	1	0	
	$A_2$	1	0	2	6	
	$A_3$	0	2	0	7	

		$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	
$A =$	$A_1$	1	4	5	9	
	$A_2$	3	8	4	3	
	$A_3$	4	6	6	2	

$\beta_1=4; \beta_2=8; \beta_3=6; \beta_4=9$

**матрица выигрышей**

**матрица рисков**

Матрица  $R$  – матрица упущенных возможностей.

$R = ||r_{ij}||_{m,n}$ . Риском  $r_{ij}$  игрока при использовании им стратегии  $A_i$  и при состоянии среды  $P_j$  называется разность между выигрышем, например,  $\beta_i=4$ , а

$\alpha_i = 1$ , то  $r$  в матрице  $R$  будет равна  $4-1=3$ , или еще  $4-3=1$  – это  $r_2$  в матрице  $R$  и т.д.

Более сложные (позиционные или многоэтапные) решения в условиях риска требуют анализа последовательности решений и состояний среды, когда одна совокупность стратегий игрока и состояний среды порождает другое состояние подобного типа. Если появляется целая цепочка решений, вытекающих одно из другого, которые соответствуют событиям, происходящим с некоторой вероятностью, используется дерево решений. **Дерево решений** – это графическое изображение последовательности решений и состояний среды с указанием соответствующих вероятностей и выигрышей для любых комбинаций альтернатив и состояний среды.

#### **Ожидаемая ценность точной информации**

Принятие предложения зависит от соотношения между ожидаемой ценностью (результативностью) точной информации и величиной запрошенной платы за дополнительную (истинную) информацию, благодаря которой может быть откорректировано принятие решения, т.е. первоначальное действие может быть изменено.

**Ожидаемая ценность точной информации (ОЦТИ)** о фактическом состоянии рынка равна разности между ожидаемой денежной оценкой (ОДО) при наличии точной информации.

**Задача №7.** Рассчитаем ОЦТИ с условием, что дополнительное обследование конъюнктуры рынка не производится.

$$\text{ОДО}_{\max} = 0,5 \cdot 100000 - 0,5 \cdot 20000 = 40000\$.$$

Если точная информация об истинном состоянии рынка будет благоприятной (ОДО = 200000\$), принимается решение строить крупное производство, если неблагоприятной, то наиболее целесообразное решение – продажа патента (ОДО = 10000\$). Учитывая, что вероятности благоприятной и неблагоприятной ситуаций равны 0,5, значение ОДО точной информации

определяется:  $ОДО_{т.и} = 0,5 \cdot 200000 + 0,5 \cdot 10000 = 105000\$$ . Тогда ожидается  $ЦТИ = ОДО_{т.и} - ОДО_{max} = (105-40) \cdot 1000 = 65000\$$ .

Значение ОЦТИ показывает, какую максимальную цену должна будет заплатить компания за точную информацию об истинном состоянии рынка в тот момент, когда ей это необходимо.

### **Пример**

Разведывательное бурение скважин. Некоторая нефтяная разведывательная партия должна решить, стоит ли бурить скважины на данном участке до того, как истечет срок контракта. Для руководства партии неясны многие обстоятельства: 1) в какую сумму обойдется стоимость бурения, зависящая от качества грунта, глубины залегания нефти и т.д.; 2) на какие запасы нефти в этом месте можно рассчитывать; 3) сколько будет стоить эксплуатация скважины.

### **Задача №8.**

Компания «Российский сыр» (игрок 1) – небольшой производитель различных продуктов из сыра на экспорт. Один из продуктов – сырная паста – поставляется в страны СНГ. Гендиректор должен решить, сколько ящиков сырной пасты следует производить в течение месяца. Вероятность того, что спрос на сырную пасту будет 6,7,8 или 9 ящиков, равна соответственно 0,1;0,3;0,5;0,1. Затраты на производство одного ящика равны 45 у.е. Компания продаст каждый ящик по цене 95 у.е. Если пасту не продать, она испортится. Сколько ящиков стоит производить в течение месяца?

#### **Решение**

Строим матрицу. Стратегиями игрока 1 являются различные показатели числа ящиков с сырной пастой, которые, очевидно, ему следует производить. Состояниями природы выступают величины спроса на аналогичное число ящиков.

Вычислим, например, показатель прибыли, которую получит производитель (игрок 1), если произведет 8 ящиков, а спрос будет только на 7.



Следовательно, выручка составит:  $7 \cdot 95$ , а затраты на производство  $8 \cdot 45$ .  
 Прибыль:  $7 \cdot 95 - 8 \cdot 45 = 305$  у.е.

Средняя ожидаемая прибыль =  $255 \cdot 0,1 + 350 \cdot 0,3 + 350 \cdot 0,5 + 350 \cdot 0,1 = 340,5$  – математическое ожидание [4, стр. 62].

$$M(x) = \sum p_i x_i.$$

Какое же решение принять? На практике чаще всего решения принимаются исходя из критерия максимизации средней ожидаемой прибыли или минимизации ожидаемых расходов (издержек). Значит мы делаем вывод, что надо производить 8 ящиков. Однако, привлекая дополнительную информацию в форме расчета среднего квадратичного отклонения как индекс риска, мы можем уточнить принятое решение. Надо рассчитать индекс риска – среднее квадратичное отклонение (стандарт) (см. стр. 21).

Производство ящиков	Спрос на ящики				Средняя ожидаемая прибыль
	6 (0,1)	7 (0,3)	8 (0,5)	9 (0,1)	
6	300	300	300	300	300
7	255	350	350	350	340,5
8	210	305	400	400	352,5
9	165	260	355	450	317

Дисперсия случайной величины  $\delta^2 = M \cdot [x - M(x)]^2 = M(x^2) - M^2(x)$ .

Среднее квадратичное отклонение  $\delta$ .

1). Проведем соответствующие вычисления  $\delta^2$  и  $\delta$  для случаев производства 6,7,8,9 ящиков:

6 ящиков  $M(x^2) = p_i x_i^2 = 0,1 \cdot 300^2 + 0,3 \cdot 300^2 + \dots = 90000$ ;

$$G^2 = 90000 - 300^2 = 90000 - 90000 = 0.$$

7 ящиков  $M(x^2) = 0,1 \cdot 255^2 + 0,3 \cdot 350^2 + 0,5 \cdot 350^2 + 0,1 \cdot 350^2 = 116752,5$ ;

$$M^2(x) = 340,5^2 = 115940; G^2 = 116752,5 - 115940 = 812,5; G = 28,5.$$

8 ящиков  $M(x^2) = 0,1 \cdot 210^2 + 0,3 \cdot 305^2 + 0,6 \cdot 400^2 = 128317,5$ ;

$$M^2(x) = 352,5^2 = 124256,25; G^2 = 128317,5 - 124256,25 = 4061,25;$$

$$G = 63,73.$$

9 ящиков  $M(x^2) = 0,1 \cdot 165^2 + 0,3 \cdot 260^2 + 0,5 \cdot 355^2 + 0,1 \cdot 450^2 = 106265;$

$$M^2(x) = 317^2 = 100489; G^2 = 106265 - 100489 = 5776; G = 76.$$

Вывод. Из полученных результатов авторы задачи [8] считают, что лучше производить 7 ящиков: 1) риск 28,5; 2) прибыль 340,5; 3) спрос 0,3.

Вам предлагается выбрать свой вариант.

### Задача №9

Содержание задачи см. стр. 39 (задача 8)

Зима	Количество угля, т.	Ср. цена за 1 т фунты стерл.
Мягкая	4	7
Обычная	5	7,5
Холодная	6	8

Вероятность зим: мягкой - 0,35; обычной – 0,5; холодной – 0,15. Цены даны для времени покупки – зимой. Летом цена угля – 6 ф. стерл.

У вас есть место для хранения угля до 6 тонн, закупаемого летом. Если потребуется докупить уголь зимой, то его приобретают по зимним ценам. Для упрощения решения задачи предполагается, что неиспользованный полностью зимой уголь пропадает. Сколько надо закупить угля летом?

Решение.

#### 1. Платежная матрица

Зима	Вероятность		
	0,35 мягкая	0,5 обычная	0,15 холодная
Мягкая	-4·6	-(4·6+1·7,5)	-(4·6+2·8)
Обычная	-5·6	-(5·6+0·7,5)	-(5·6+1·8)
Холодная	-6·6	-(6·6+0·7,5)	-(6·6+0·8)

Произведем расчет ожидаемой средней платы за уголь:

Зима	
Мягкая	$-(24 \cdot 0,35 + 31,5 + 40 \cdot 0,15) = -30,15$
Обычная	$-(30 \cdot 0,35 + 30 \cdot 0,5 + 38 \cdot 0,15) = -31,2$
Холодная	$-(36 \cdot 0,35 + 36 \cdot 0,5 + 36 \cdot 0,15) = -36$

Итак,  $-30,15$  – самая минимальная средняя плата и, кажется, может быть и принять такое решение, но...?

Продолжим исследование и определим степень риска, т.е. среднее квадратичное отклонение:  $\delta_{\text{мях}} = 5,357$ ;  $\delta_{\text{обыч}} = 2,856$ ;  $\delta_{\text{хол}} = 0$ .

Какое решение принять? Как обычно Вам предлагается выбрать свой вариант.

## 5. ТЕОРИЯ ПОЛЕЗНОСТИ ПО НЕЙМАНУ-МОРГЕНШТЕРНУ.

### 5.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И АКСИОМЫ

Обоснование выбора решения, как было изложено ранее, выполнялось с позиций объективиста. Если лицо, принимающее решение (ЛПР) – субъективист, то он будет руководствоваться индивидуально определенным безусловным денежным эквивалентом (БДЭ). Объективист пользуется правилом  $\text{БДЭ} = \text{ОДО}$ , где ОДО – ожидаемая денежная оценка.

Рассмотрим поведение (принятие решения) в игре объективиста и субъективиста. Рассмотрим ситуацию, когда игрок с вероятностью  $0,8$  выигрывает  $40$  ден.ед. и с вероятностью  $0,2$  проигрывает  $20$  ден.ед. Выясним, за какую сумму ЛПР уступит свое право участвовать в игре. Как отмечалось, объективист воспользуется правилом  $\text{БДЭ} = \text{ОДО} = 0,8 \cdot 40 + 0,2 \cdot (-20) = 28$  у.е. Значит, свое право на игру он уступит не менее, чем за  $28$  у.е. Субъективист, как правило, готов уступить свое право на игру за меньшую сумму, т.к. для него  $\text{БДЭ} < \text{ОДО}$ .

Причинами такого поведения могут быть: 1) финансовое состояние игрока (возможно, он на грани банкротства и ему нужны денежные средства);

2) отношение игрока к риску вообще (склонность к риску);

3) настроение или состояние здоровья игрока;

4) другие причины, даже не относящиеся к бизнесу.

Исследуем реалистичность критерия выбора решения, основанного на расчете ОДО:

- 1) выигрыш 1 млн ден.ед. с вероятностью 1 означает  $ОДО = 1000000$  ден.ед.
- 2) выигрыш 2100000 ден.ед. с вероятностью 0,5 и проигрыш 50000 ден.ед. с вероятностью 0,5:  $ОДО = 2100000 \cdot 0,5 - 0,5 \cdot 50000 = 1025000$  ден.ед.

Указанные альтернативы почти эквивалентны. Однако игрок безразличный к риску, выберет 2-ю альтернативу. Небезразличный к риску игрок с небольшими финансовыми ресурсами предпочтет не рисковать и выберет 1-ю альтернативу. Для ЛПР, обладающего крупным капиталом, проигрыш 50000 ден.ед. невелик, и он предпочтет рискнуть, т.е. выберет 2-ю альтернативу.

Рисковать также будут игроки, склонные психологически к финансовым авантюрам.

Методология рационального принятия решений в условиях неопределенности, основанная на функции полезности индивида, опирается на пять аксиом, которые отражают минимальный набор необходимых условий непротиворечивого и рационального поведения игрока [14].

Для компактного изложения потребуются три определения:

**Определение 1.** Предположим, что конструируется игра, в которой индивид с вероятностью  $\alpha$  получает денежную сумму  $x$  и с вероятностью  $(1-\alpha)$  – сумму  $Z$ . Эту ситуацию будем обозначать  $G(x, z; \alpha) - *$ .

Аксиома 1. Аксиома сравнимости (полноты).

Для всего множества  $S$  неопределенных альтернатив (возможных исходов) индивид может сказать, что либо исход  $x$  предпочтительнее исхода  $y$  ( $x > y$ ), либо  $y > x$ , либо индивид безразличен в отношении к выбору между  $x$  и  $y$  ( $x \sim y$ ). Запись  $x > y$  означает, что исход  $x$  предпочтительнее исхода  $y$ , либо индивид безразличен к выбору между  $x$  и  $y$ .

Аксиома 2. Аксиома транзитивности (состоятельности).

Если  $x > y$  и  $y > z$ , то  $x > z$ . Если  $x \sim y$  и  $y \sim z$ , то  $x \sim z$ .

Аксиома 3. Аксиома сильной независимости.

Предполагается условие \*. Сильная независимость означает, что если индивид безразличен к выбору между  $x$  и  $y$  ( $x \sim y$ ), то он также будет безразличен в отношении выбора между игрой  $G(x, z; \alpha)$  и игрой  $G(y, z; \alpha)$ , т.е. из  $x \sim y$  следует  $G(x, z; \alpha) \sim G(y, z; \alpha)$ .

Аксиома 4. Аксиома измеримости

Если  $x > y \sim z$  или  $x \sim y > z$ , то существует единственная вероятность  $\alpha$  такая, что  $y \sim G(x, z; \alpha)$ . Поясним смысл этой аксиомы. Пусть, например, имеем три исхода:  $x = 1000$ ;  $y = 0$ ;  $z$  означает смерть игрока. Исходя из здравого смысла смерть нельзя сравнивать ни с каким выигрышем, и соответствующего этому исходу значения вероятности  $\alpha$  быть не может. Однако в жизни бывают ситуации, когда некий проигрыш равнозначен смерти. Тогда утверждение

$y \sim G(x, z; \alpha)$  можно считать справедливым для некоторого значения  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

Аксиома 5. Аксиома ранжирования.

Если альтернативы  $y$  и  $U$  находятся по предпочтительности между альтернативами  $x$  и  $z$  и можно построить игры такие, что индивид безразличен в отношении к выбору между  $y$  и  $G(x, z; \alpha_1)$ , а также к выбору между  $y$  и  $G(x, z; \alpha_2)$ , то при  $\alpha_1 > \alpha_2$   $y > U$ .

Поясним смысл этой аксиомы. Пусть существуют следующие альтернативы:  $x = 1000$ ,  $y = 500$ ,  $u = 200$ ,  $z = -10$ . Пусть эквивалентны две пары ситуаций, одна из которых неигровая, а другая – игровая:

- 1) гарантированно получить 500 или игра: с вероятностью  $\alpha_1$  выиграть 1000 и с вероятностью  $(1 - \alpha_1)$  проиграть 10, т.е.  $500 \sim G(1000, -10; \alpha_1)$ ;
- 2) гарантированно получить 200 или игра: с вероятностью  $\alpha_2$  выиграть 1000 и с вероятностью  $(1 - \alpha_2)$  проиграть 10, т.е.  $200 \sim G(1000, -10; \alpha_2)$ .

Очевидно, что при указанных условиях  $\alpha_1 > \alpha_2$ . Если  $\alpha_1 = \alpha_2$ , то  $y \sim U$ .

Утвержденные аксиомы вполне соответствуют здравому смыслу: чем больше вероятность крупного выигрыша, тем больше игра «стоит», т.е. тем большая плата потребуется за приобретение права участвовать в этой игре.

Данные 5 аксиом утверждают, что рациональное поведение ЛПР – предпочтение большего количества блага наименьшему, т.е. стремление к максимальному ОДО.

Определение полезности по Нейману-Моргенштерну

### **Определение 2.**

Полезность – это некоторое число, приписываемое лицом, принимающим решение, каждому возможному исходу.

Функция полезности Неймана-Моргенштерна для ЛПР – это полезность, которую он приписывает каждому возможному исходу.

**Определение 3.** Ожидаемая полезность события равна сумме произведений вероятностей исходов на значения полезностей этих исходов.

## **5.2. ИЗМЕРЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ К РИСКУ**

В данном вопросе выводятся соотношения (формулы):

- 1) отношение игрока не склонного к риску;
- 2) игрока нейтрального (безразличного) к риску;
- 3) отношения игрока склонного к риску.

Определим соотношение (1)

$U(M_1)$  – значение полезности в т. А;

$U(M_2)$  - значение полезности в т. В;

$U(pM_1 + (1-p)M_2)$  - значение полезности в т. С;

Уравнение хорды АВ имеет вид:

$$U_1 = a + bM,$$

$U_1$  – совокупность точек, лежащих на отрезке прямой.

Найдем значения параметров  $a$  и  $b$  уравнения прямой:

В т. А имеем  $U(M_1) = a + bM_1$ .

В т. В имеем  $U(M_2) = a + bM_2$ .

При вычитании имеем  $U(M_1) - U(M_2) = b(M_1 - M_2)$ ,

из этого выражения

$$b = \frac{U(M_1) - U(M_2)}{M_1 - M_2}, \text{ тогда } a = U(M_1) - bM_1 = \frac{M_1U(M_2) - M_2U(M_1)}{M_1 - M_2}.$$

После подстановки параметров  $a$  и  $b$  уравнение хорды:

$$U_1 = \frac{M_2U(M_1) - M_1U(M_2)}{M_2 - M_1} + \frac{U(M_2) - U(M_1)}{M_2 - M_1} \cdot M, \text{ где } M_1 \leq M \leq M_2.$$

В т.С при  $0 \leq p \leq 1$  справедливо неравенство:

$$U(pM_1 + (1-p)M_2) > a + b(pM_1 + (1-p)M_2).$$

Подставив в это выражение значения параметров  $a$  и  $b$ :

- 1)  $U(pM_1 + (1-p)M_2) > pU(M_1) + (1-p)UM_2$  – это выражение характеризует функцию полезности ЛПР, не склонного к риску, т.е. мы определили это соотношение (1).

Аналогичными преобразованиями можно получить соотношения (2) и (3):

- 2)  $U(pM_1 + (1-p)M_2) < pU(M_1) + (1-p)UM_2$ ;

- 3)  $U(pM_1 + (1-p)M_2) = pU(M_1) + (1-p)UM_2$ , но эти характеристики ЛПР не являются абсолютными, а зависят от финансового положения, текущей ситуации и др.

### 5.3. СТРАХОВАНИЕ ОТ РИСКА

Закон жизни таков, что страховаться целесообразно на сумму, которую можно потерять в результате, например, несчастного случая.

**Задача №10.** [8, стр. 70]

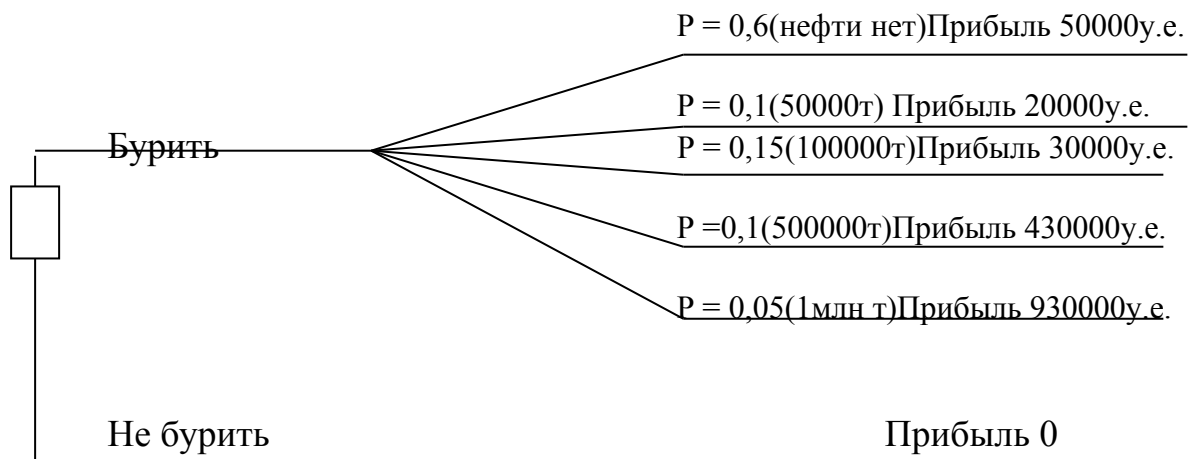
Нефтеперерабатывающая фирма решает вопрос о бурении скважины.

Известно, что если фирма будет бурить, то с  $p = 0,6$  нефти найдено не будет,

с  $p = 0,1$  запасы 50000т, с  $p = 0,15$  – 100000т, с  $p = 0,1$  – 500000т,

с  $p = 0,05$  – 1млн т и т.д.

Дерево решений.



$$\text{ОДО} = 0,6(-50000) + 0,1(-20000) + 0,15 \cdot 30000 + 0,1 \cdot 430000 + 0,05 \cdot 930000 = 62000 \text{ у.е.}$$

Этот пример взят просто для иллюстрации.

### **Задача №11.** [8 стр. 78]

Пример игры, в которой любой игрок не склонен к риску.

Петербургский парадокс (игра придумана петербургскими гусарами). Играют двое.

Один бросает монету до тех пор, пока не выпадет «орел». Выигрыш равен  $(2)^n$  руб., где  $n$  – число бросков до появления «орла».

#### Решение.

Ожидаемая величина выигрыша:

$$\text{ОДО} = 2(1/2) + 2^2(1/4) + 2^3(1/8) + \dots = 1+1+1+\dots$$

Вряд ли кто согласится участвовать в этой игре, т.к. ОДО стремится к бесконечности.

### **Задача №12.**

Предположим, что лотерея с альтернативами  $a$  и  $b$ , т.е.  $G(a,b;\alpha)$ . Игра заключается в выигрыше 5\$ с вероятностью 0,8 и выигрыша 30\$ с вероятностью 0,2.

#### Решение

Пусть функция полезности игрока определена как  $u(W) = \ln(W)$ , где  $W$  – величина благосостояния. Ожидаемая величина выигрыша (ОДО):



$$E(W) = 5 \cdot 0,8 + 30 \cdot 0,2 = 10\$.$$

Для указанной логарифмической функции полезности имеем зависимость, выраженную таблицей:

W	1	5	10	20	30
U(W)	0	1,61	2,30	3,00	3,40

Рассчитаем полезность для данной игры:

$U(E(W)) = U(10) = \ln(10) = 2,3$ , т.е. полезность отказа от игры при получении гарантированного выигрыша, равного 10\$ (ОДО данной игры), оценивается в 2,3 ютиля (ютиль - условная единица полезности).

Если ЛПР предпочтет игру, то

$$E(U(W)) = 0,8U(5) + 0,2U(30) = 0,8 \cdot 1,61 + 0,2 \cdot 3,40 = 1,97 \text{ ютиля.}$$

**Вывод.** Для рассмотренной логарифмической функции полезности большей полезностью обладает вариант с получением гарантированного выигрыша, равного  $E(W) = \text{ОДО}$ , а не участие в игре ( $2,3 > 1,97$ ). Такое лицо, принимающее решение, не склонно к риску.

### Выводы.

Из соотношений 1-3

$U(E(W)) > E(U(W))$ , игрок не склонен к риску;

$U(E(W)) = E(U(W))$ , игрок безразличен к риску;

$U(E(W)) < E(U(W))$ , игрок склонен к риску.

Здесь E и U – соответственно символы математического ожидания и функции полезности.

### **Задача №13.**

Определить оптимальную величину страхования.

Ювелир владеет бриллиантом стоимостью 100000\$ и желает застраховать его от кражи. Страховка покупателя по правилу: цена страховки составляет 20% от стоимости бриллианта.

### Решение.

Если бриллиант будет страховаться на всю стоимость (100000\$), страховка стоит 20000\$; если на 50%, то страховка составит 10000\$. Если ювелир

построит свою функцию полезности, он сможет рассчитать, на какую оптимальную сумму стоит застраховать дорогую вещь. Для построения функции существует две ситуации: 1) бриллиант украден; 2) бриллиант не украден.

Ситуация №1. Потери ювелира:  $-100000 - 10000 + 50000 = -60000\$$ . Ювелир получит от страховой компании (чистая сумма):  $50000 - 10000 = 40000\$$ .

Ситуация №2.  $100000\$$ (стоимость бриллианта) –  $10000\$$ (потери ювелира, плата страховки) =  $90000\$$ .

Если бриллиант застрахован на  $100000\$$ , а процент страхования – 20%, то в случае кражи ювелир получит:  $100000\$ - 20000\$$ (плата за страхование) =  $80000\$$ .

Если бриллиант не украдут, то ювелир получит:  $100000\$ - 20000\$ = 80000\$$ .

### **Типы и примеры задач**

1. Во-первых, надо дать определение (понятие) «финансирование риска». Это понятие подразумевает поиск и мобилизацию денежных ресурсов для осуществления превентивных (строго определенных, предназначенных для ликвидации рисков, их последствий) мероприятий и предотвращения убытков при наступлении неблагоприятных событий. Существуют, следовательно, пути финансирования риска: текущий бюджет (например, предприятий), фонды самострахования (должны быть созданы специально), страховые фонды (страховые компании).

#### Источники финансирования риска:

- 1) средства, учитываемые в составе себестоимости продукции;
- 2) собственные средства предприятий, в т.ч. уставный фонд и резервы, формируемые из прибыли;
- 3) внешние источники – кредиты, дотации, займы;
- 4) страховые фонды;
- 5) фонды самострахования.

Вопросы страхования (уже указывалось в теме №2), подробно излагаются в книге Н.В. Хохлова «Управление риском» (стр. 106-175).

2. Материалы по вопросу «управление инвестиционными рисками» солидно излагаются также Балабановым И.Т. [3].

Инвестиционную деятельность сопровождают специфические риски, снижение которых повышает привлекательность инвестиций, что в наше время, весьма актуально для РФ. В состав инвестиционных рисков включаются почти все виды рисков, перечисленные в темах №1, 2 (коммерческие, валютные, технические, страновые и т.д.).

Для того, чтобы оценить рискованность вложений в различные активы, необходимо понимать (хотя бы в общих чертах) основные принципы разработки и управления инвестиционными проектами. Суть инвестирования заключается во вложении собственного или заемного капитала в определенные виды активов, которые должны обеспечить в будущем получение прибыли. Для принятия решения о вложении капитала надо иметь информацию:

- 1) должен быть обеспечен полный возврат вложенных средств;
- 2) предполагаемая прибыль должна быть достаточно велика, чтобы обеспечить привлекательность выбранного вида инвестиций по сравнению с другими возможностями;
- 3) предполагаемая прибыль должна компенсировать риск, возникающий в силу неопределенности конечного результата.

Чем выше риск, тем выше должен быть и предполагаемый доход. Предпочтительным из нескольких вариантов является вариант с меньшим риском недополучения прибыли. Таким образом, проблема управления инвестиционным проектом состоит в разработке программы вложения капитала, обеспечивающей требуемую доходность при минимальном уровне риска.

Формы и содержание инвестиционных проектов могут быть самыми разнообразными – от плана производства новой продукции (новое

строительство, различного рода разработки и т.п.) до оценки целесообразности новой эмиссии акций действующего предприятия. Однако при любом проекте присутствует временный лаг (задержка) между моментом начала инвестирования и моментом, когда проект начнет приносить прибыль.

Задача № 14 (стр. 86 [8]) Финансовые решения в условиях риска.

Задача №15. (стр. 93 [8]) Оценка текущей стоимости фирмы с капиталами дисконтирования.

Задача №16. (стр. 99 [8]) Оценка перспективного проекта, коэффициенты дисконтирования.

Задача № 17 Проектирование маршрутов городского транспорта.

Выбор трассы новой автобусной линии в городе. Построен за городом новый жилой микрорайон, который нужно соединить с центром города. Имеем исходную стратегическую игру  $(\pi, A, L)$ . Специалист пришел к выводу, что линию можно провести до пункта  $A_1$ ,  $A_2$  или  $A_3$ . Решение:  $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ , где  $a_1$  – означает проведение трассы до  $A_1$ ,  $a_2$  – до  $A_2$ ,  $a_3$  – до  $A_3$ , причем  $A_1$  и  $A_3$  находятся в разных концах города. Множеством состояний природы  $\pi$  являются  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  – состояния, когда большинство жителей микрорайона работают соответственно в окрестности пункта  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ , находящегося в самом центре города.

Если принятое решение «провести трассу» не будет удовлетворять нужды жителей, то транспортное предприятие понесет убытки (потери), которые будут максимальны при ошибочном решении продолжить трассу к пункту  $A_3$  вместо  $A_1$  или наоборот.

Решение.

Функция  $L(\theta, a)$  потерь характеризуется матрицей:

$\pi$	A		
	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$\theta_1$	0	5	10
$\theta_2$	5	0	5
$\theta_3$	10	5	0

Преобразуем стратегическую игру  $(\pi, A, L)$  в статистическую  $(\pi, D, R)$  при учете информации о действительном состоянии природы. Для этого проводится выборочный опрос жителей микрорайона.

Результаты этого опроса образуют вектор,

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{pmatrix},$$

где  $x_1, x_2, x_3$  – доля от общего числа опрошенных (не менее 50%), которые предполагают строительство трассы до п.  $A_1, A_2, A_3$  соответственно;  $x_4$  – любое из 3-х направлений не получило решающего количества голосов. Данные опроса показали вероятности рекомендаций в зависимости от состояний природы.

$\theta_j$	$P(x_k \theta_j)$			
	$P(x_1 \theta_j)$	$P(x_2 \theta_j)$	$P(x_3 \theta_j)$	$P(x_4 \theta_j)$
$\theta_1$	0,7	0,2	0,05	0,05
$\theta_2$	0,1	0,7	0,1	0,1
$\theta_3$	0,05	0,2	0,7	0,05

В результате опроса получаем условные вероятности  $P(x_1|\theta_1) = P(x_2|\theta_2) = P(x_3|\theta_3) = 0,7$ .

Пусть  $d(x) = a$  – нерандомизированная функция решения, преобразующая множество  $X$  результатов опроса (эксперимента) во множество решений. Множество  $D$  нерандомизированных решений при наличии 4-х результатов эксперимента и 3-х возможных решений будет иметь  $3^4 = 81$  различную функцию решений специалиста (статистика) в статистической игре с природой  $(\pi, D, R)$ . Из них мы ограничимся шестью допустимыми функциями:  $d_1, d_2, \dots, d_6$

x	d					
	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>	d <sub>5</sub>	d <sub>6</sub>
x <sub>1</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>
x <sub>2</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>
x <sub>3</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>
x <sub>4</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>

Какие же решения не вошли в допустимые?

Недопустимые функции решения – это все функции  $d \in D$ , которые не ставят в соответствие хотя бы одному из результатов  $x_1, x_2, x_3$  решение  $a_1, a_2, a_3$ , потому, что для этих функций значение риска  $R(\theta, d)$  будет всюду большим по сравнению с другими функциями решений. Результат  $x_4$  при этом во внимание не принимается, поскольку он не отображает конструктивного предложения.

Учтем полученные условные вероятности и, зная значения функций потерь, вычислим математические ожидания функций потерь, т.е. получим функции риска для допустимых функций решений:

$$R(\theta_1, d_1) = 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,2 + 10 \cdot 0,05 + 0 \cdot 0,05 = 1,5;$$

$$R(\theta_1, d_2) = 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,2 + 10 \cdot 0,05 + 5 \cdot 0,05 = 1,75;$$

$$R(\theta_1, d_3) = 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,2 + 10 \cdot 0,05 + 10 \cdot 0,05 = 2;$$

$$R(\theta_2, d_2) = 5 \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,1 = 1,0;$$

$$R(\theta_2, d_3) = 5 \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,1 = 1,5;$$

$$R(\theta_3, d_1) = 10 \cdot 0,05 + 5 \cdot 0,2 + 0 \cdot 0,7 + 10 \cdot 0,05 = 2;$$

$$R(\theta_3, d_2) = 10 \cdot 0,05 + 5 \cdot 0,2 + 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,05 = 1,75;$$

$$R(\theta_3, d_3) = 10 \cdot 0,05 + 5 \cdot 0,2 + 0 \cdot 0,7 + 0 \cdot 0,05 = 1,5.$$

Вне зависимости от  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , решение  $d_4$  будет соответствовать решению  $a_1$ ,  $d_5 \rightarrow a_2$ ,  $d_6 \rightarrow a_3$ . Объединим все полученные решения и выпишем минимальные значения функций риска по строке и максимальные значения – по столбцу.

$\theta_j$	d						
	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	$d_6$	$d_{\min}$
$\theta_1$	1,5	1,75	2	0	5	10	0
$\theta_2$	1,5	1	1,5	5	0	5	0
$\theta_3$	2	1,75	1,5	10	5	0	0
max	2	1,75	2	10	5	10	

Таким образом, среди нерандомизированных функций решений нет минимальной функции:  $V_1 = 0 < V_2 < 1,75$ . Следовательно, минимальную функцию решения надо искать во множестве  $D^*$  рандомизированных функций  $\delta$ .

В данной статистической игре  $(\pi, D, R)$  в качестве оптимальной нужно принять минимаксную функцию решения.

Для того, чтобы найти рандомизированную минимаксную функцию решения  $\delta_0$ , следует обратиться к линейному программированию (см. [8] стр.136,158).

Пусть  $\delta$  - распределение вероятностей на множестве нерандомизированных функций решения  $d$ . Обозначим это распределение  $\eta_1 = P(d_1), \eta_2 = P(d_2), \dots, \eta_6 = P(d_6)$ . Теперь обозначим через  $v$  цену расширенной статистической игры  $(\pi, D^*, R)$  при рандомизации функций решений и запишем в терминах линейного программирования задачу статистика (так называли специалиста), который решает её в интересах транспортного предприятия.

$$\begin{cases}
 1,5\eta_1 + 1,75\eta_2 + 2\eta_3 + 5\eta_5 + 10\eta_6 \leq v \\
 1,5\eta_1 + 1\eta_2 + 1,5\eta_3 + 5\eta_4 + 5\eta_6 \leq v \\
 2\eta_1 + 1,75\eta_2 + 1,5\eta_3 + 10\eta_4 + 5\eta_5 \leq v \\
 \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4 + \eta_5 + \eta_6 = 1 \\
 \eta_1 \geq 0; \eta_2 \geq 0; \eta_3 \geq 0; \eta_4 \geq 0; \eta_5 \geq 0; \eta_6 \geq 0.
 \end{cases}$$

Преобразуем переменные, разделив  $\eta$  на цену игры  $v > 0$ , и введем дополнительные переменные  $q_7, q_8, q_9$ . В результате перейдем от неравенств к равенствам:

$$\begin{aligned}
 \max Z &= q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6 = 1/v; \\
 1,5q_1 + 1,75q_2 + 2q_3 + 5q_5 + 5q_6 + q_7 &= 1; \\
 1,5q_1 + q_2 + 1,5q_3 + 10q_4 + 5q_5 + q_8 &= 1;
 \end{aligned}$$

при  $q_j \geq 0, j = 1, 9$ .

Решим эту задачу линейного программирования симплексным методом и получим базисное оптимальное решение:

$$q_1 + q_3 = 2/7; q_2 = q_4 = q_5 = q_6 = 0.$$

$$\text{Значит, } Z_{\max} = q_1 + q_3 = 2/7 + 2/7 = 4/7.$$

$$\text{Отсюда } v = 1/Z_{\max} = 2/7 = 1,75.$$

Перейдем к исходным переменным  $\eta_i = q_i v; i = \overline{1, \dots, 6}$ , где  $\eta_i$  – вероятности, с которыми следует сочетать соответствующие нерандомизированные функции решения  $d_i$  ( $i = \overline{1, \dots, 6}$ ). После перемножения получим рандомизированные функции  $\delta$ :

$$\eta_1 = \eta_3 = 2/7 \cdot 7/4 = 1/2; \eta_2 = \eta_4 = \eta_5 = \eta_6 = 0.$$

Итак, получена минимаксная рандомизированная функция решения  $\delta_0$  с распределением вероятностей:  $P(d_1) = 1/2; P(d_3) = 1/2$ .

Как её охарактеризовать? Это смешанная стратегия  $\delta_0$  с одинаковыми вероятностями чистых функций решения  $d_1$  и  $d_3$ . Они различаются только результатом статистического эксперимента.

**Вывод.** В задаче выбора транспортным предприятием наилучшей трассы маршрута новой автобусной линии получена оптимальная минимаксная функция решения:

- 1) если по эксперименту с анкетами получен результат  $x_1$  или  $x_2$  или  $x_3$ , то следует принять решение соответственно  $a_1, a_2$ , или  $a_3$ ;
- 2) если получен результат  $x_4$ , то нужно использовать механизм случайного выбора между решениями  $a_1$  (трассу вести до  $A_1$ ) и  $a_3$  (трассу вести до  $A_3$ ) с одинаковыми вероятностями, равными 0,5.

Следует сделать одно важное замечание: в данном случае мы из расчётов получили одинаковые вероятности. Это решение не имеет ничего общего с принципом равновероятности, который иногда необоснованно применяется при отсутствии информации о возможных вероятностях событий. Можно также при необходимости привести из учебного пособия Дубова [8]:



- 1) принятие решений в сельском хозяйстве (стр. 138);
- 2) статистический контроль партии готовых изделий и вероятность перебоев производства (стр. 142);
- 3) определение оптимального запаса продукции торговой фирмы на основе статистических данных (стр. 153).

#### **5.4. Позиционные игры**

Во многих практически важных конфликтных ситуациях, располагая той или иной информацией об их прошлом развитии, стороны-участницы совершают свой выбор не раз и навсегда, а последовательно во времени, шаг за шагом. Тем самым они используют стратегии, отражающие как динамику конфликта, так и степень собственной информированности о фактически складывающейся обстановке в развитии этого конфликта.

Одним из классов игр, описывающих конфликты, динамика которых оказывает влияние на поведение участников, являются так называемые позиционные игры.

**Позиционная игра** - это бескоалиционная игра, моделирующая процессы последовательного принятия решений игроками в условиях меняющейся во времени и, вообще говоря, неполной информации.

Процесс самой игры состоит в последовательном переходе от одного состояния игры к другому, который осуществляется либо путем выбора игроками одного из возможных действий в соответствии с правилами игры, либо случайным образом (*случайный ход*).

В качестве примеров позиционных игр можно привести крестики-нолики, шашки, шахматы, карточные игры, домино и др.

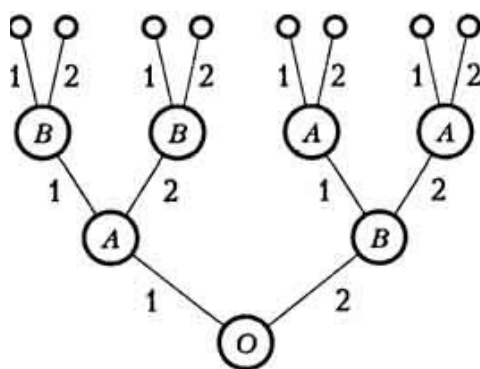
Интересно, что право выбора первого хода в этих играх часто определяется случайным образом.

Состояния игры принято называть *позициями* (отсюда и название - позиционные игры), а возможные выборы в каждой позиции - *альтернативами*.

Характерной особенностью позиционной игры является возможность представления множества позиций в виде древовидного упорядоченного множества, которое называется *деревом игры* (рис. 1).

Дерево решений - это графическое изображение последовательности решений и состояний с указанием соответствующих вероятностей и выигрышей для любых комбинаций альтернатив состояний среды.

Для определенности мы будем рассматривать позиционные игры, в каждой позиции которых, кроме окончательных, ровно две альтернативы, первая и вторая.

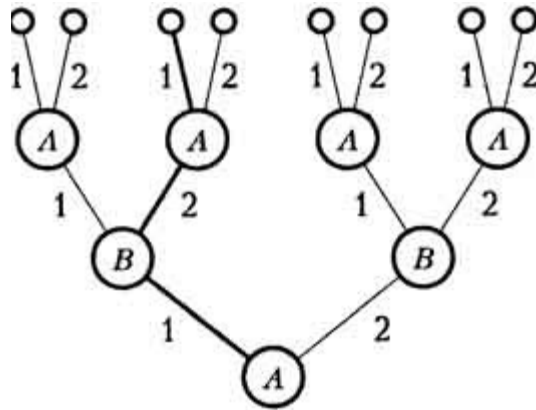


**Рис. 1. Пример позиционной игры, представленной деревом решений**

Символ *O*, *A* или *B* в кружке указывает, кто из игроков, *O*, *A* или *B*, делает очередной ход. При этом символом *O* обычно обозначается ход в игре, осуществляемый не игроком, а каким-нибудь случайным механизмом (иногда его называют *природой*). Например, в позиционной игре, представленной на рис. 4 своим деревом, первый ход производится случайно.

Пользуясь графическим описанием игры, можно сказать, что процесс игры состоит в переходе от начальной позиции к окончательной через непосредственно следующие одна за другой промежуточные позиции.

Каждая окончательная вершина определяет единственную цепь (последовательность идущих друг за другом звеньев), связывающую начальную вершину с данной (рис. 2). Такая цепь называется *партией*. Число различных партий равно числу окончательных вершин (позиций). В каждой окончательной позиции задан числовой выигрыш игрока *A*.



**Рис. 2. Пример партии в позиционной игре**

*Замечание.* Мы будем рассматривать здесь только антагонистические позиционные игры.

В шахматах функция выигрышей игрока  $A$  (белых) определяется так:

- + 1 - в выигрываемых партиях,
- 0 - в ничейных партиях,
- 1 - в проигрываемых партиях.

Функция выигрышей игрока  $B$  (черных) отличается от функции выигрышей белых только знаком.

Различают позиционные игры с полной информацией и позиционные игры с неполной информацией.

В позиционных играх с **полной информацией** (пример крестики-нолики, шашки и шахматы) каждый игрок при своем ходе знает ту позицию дерева игры, в которой он находится.

В позиционных играх с **неполной информацией** (пример - домино) игроку при своем ходе позиция дерева игры, в которой он фактически находится, точно не известна. Этот игрок знает лишь некоторое множество позиций, включающее в себя его фактическую позицию. Такое множество позиций называется **информационным множеством**.

Основная особенность позиционной игры с полной информацией состоит в том, что соответствующая ей матрица выигрышей всегда имеет седловую

точку, то есть в игре с полной информацией существуют оптимальные чистые стратегии и, значит, равновесная ситуация.

Сказанное означает, что в шахматах (крестиках-ноликах, шашках) уже в начальной позиции либо имеется способ выигрыша за белых, либо способ выигрыша за черных, либо как та, так и другая сторона способна форсировать ничью. В игре крестики-нолики стратегий немного, и она разобрана до самого конца - существуют оптимальные чистые стратегии, ведущие игроков к ничьей.

Таким образом, в игре с неполной информацией игрок при своем ходе знает, в каком информационном множестве он находится, но ему неизвестно, в какой именно позиции этого множества.

Позиции, принадлежащие одному и тому же информационному множеству, объединяются пунктирными линиями.

Рассмотрим примеры двух игр, состоящих из двух ходов, которые последовательно делают участвующие в ней игроки  $A$  и  $B$ . Начинает игрок  $A$ : он выбирает одну из двух возможных альтернатив - число  $x$ , равное либо 1 (первая альтернатива), либо 2 (вторая альтернатива). На ход игрока  $A$  игрок  $B$  отвечает своим ходом, выбирая одну из двух возможных альтернатив - число  $y$ , равное либо 1 (первая альтернатива), либо 2 (вторая альтернатива). И в результате игрок  $A$  получает вознаграждение или вынужден платить штраф.

### **Задача 18.**

**1-й ход.** Игрок  $A$  выбирает число  $x$  из множества двух чисел  $\{1, 2\}$ .

**2-й ход.** Игрок  $B$  выбирает число  $y$  из множества двух чисел  $\{1, 2\}$ , зная выбор числа  $x$  игроком  $A$ .

Функция  $W(x, y)$  выплат игроку  $A$  за счет игрока  $B$  задается так

$$W(1,1) = 1; \quad W(2,1) = -2;$$

$$W(1,2) = -1; \quad W(2,2) = 2.$$

На рис. 3 показаны дерево игры и информационные множества.

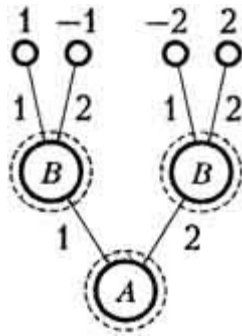


Рис.3. Дерево игры и информационные множества для задачи 18

**Задача 19.** В случае, если выполнены все условия примера 1, кроме одного - хода игрока *во*, 2-й ход - игрок *B* выбирает число *y* из множества двух чисел  $\{1, 2\}$ , не зная выбора числа *x* игроком *A*, информационные множества выглядят так, как показано на рис.4.

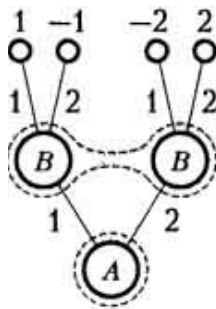


Рис.4. Дерево игры и информационные множества для задачи 19

### Нормализация позиционной игры

Заранее определенную последовательность ходов игрока, выбранную им в зависимости от информации о ходах другого игрока и ходах игрока *O* (природы), будем называть *чистой стратегией* этого игрока.

В том случае, если в игре нет случайных ходов (игрок *O* в игре не участвует), выбор игроком *A* и игроком *B* чистых стратегий однозначно определяет исход игры – приводит к окончательной позиции, где игрок *A* и получает свой выигрыш. Это обстоятельство позволяет сводить позиционную игру к матричной игре.

Процесс сведения позиционной игры к матричной называется *нормализацией позиционной игры*.

Покажем на нескольких примерах, как это делается.

**Задача 18 (продолжение).** Опишем стратегии игроков. Стратегию игрока  $A$  можно задать одним числом  $x$ , показывающим, какую альтернативу, первую или вторую, выбрал игрок. Тем самым, у игрока  $A$  две чистых стратегии:

$A_1$  - выбрать  $x = 1$ ,

$A_2$  - выбрать  $x = 2$ .

Стратегию игрока  $B$ , принимая во внимание, что выбор игрока  $A$  на 1-м ходе ему известен, удобно описывать упорядоченной парой

$(y_1, y_2)$ .

Здесь  $y_1$  ( $y_1 = 1, 2$ ) – альтернатива, выбираемая игроком  $B$  при условии, что игрок  $A$  выбрал первую альтернативу,  $x = 1$ , а  $y_2$  ( $y_2 = 1, 2$ ) – альтернатива, выбираемая игроком  $B$  при условии, что игрок  $A$  выбрал вторую альтернативу,  $x = 2$ .

Например, выбор игроком  $B$  стратегии  $[2, 1]$  означает, что если на 1-м ходе игрок  $A$  выбрал  $x = 1$ , то игрок  $B$  на своем ходе должен выбрать  $y = 2$ . Если же на 1-м ходе игрок  $A$  выбрал  $x = 2$ , то согласно этой стратегии игрок  $B$  на своем ходе должен выбрать  $y = 1$ .

Таким образом, у игрока  $B$  четыре чистых стратегии:

$B_1$  -  $(1,1)$ ,  $y=1$  при любом выборе  $x$   
 $B_2$  -  $(1,2)$ ,  $y=x$  при любом выборе  $x$ ;  
 $B_3$  -  $(2,1)$ ,  $y \neq x$  при любом выборе  $x$ ;  
 $B_4$  -  $(2,2)$ ,  $y=2$  при любом выборе  $x$ .

Покажем теперь, как рассчитываются выигрыши игрока  $A$  в зависимости от примененных стратегий. Пусть, например, игрок  $A$  выбрал стратегию  $A_1$  – (1), а игрок  $B$  – стратегию  $B_2$  – [1, 2]. Тогда  $x = 1$ , а из стратегии [1, 2] вытекает, что  $y = 1$ . Отсюда

$$W(x,y) = W(1;1) = 1.$$

Остальные выигрыши рассчитываются совершенно аналогично.

Результаты расчетов записываются обычно или в виде таблицы выигрышей игрока  $A$ ,

		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
		[1, 1]	[1, 2]	[2, 1]	[2, 2]
$A_1$	$x = 1$	$W(1, 1)$	$W(1, 1)$	$W(1, 2)$	$W(1, 2)$
$A_2$	$x = 2$	$W(2, 1)$	$W(2, 2)$	$W(2, 1)$	$W(2, 2)$

или в виде матрицы игры

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{pmatrix},$$

где, как обычно, строки соответствуют стратегиям игрока  $A$ , а столбцы – стратегиям игрока  $B$ .

Полученная матрица имеет седловую точку. Оптимальные стратегии игроков:  $A_1$  - (1) и  $B_3$  - [2, 1]. Тем самым, игрок  $A$  на 1-м ходе выбирает  $x = 1$ , а игрок  $B$  на 2-м ходе выбирает  $y = 2$ . Цена игры  $v = -1$ .

**Задача 19 (продолжение).** Опишем стратегии игроков. У игрока  $A$  они те же, что и в предыдущем примере:

$A_1$  - Выбрать  $x = 1$ ,  $A_2$  - Выбрать  $x = 2$ .

Так как игроку  $B$  выбор игрока  $A$  неизвестен, то есть игрок  $B$  не знает, в какой именно из двух позиций он находится (см. рис.4), то у него те же две стратегии:

$B_1$  - Выбрать  $y = 1$ ,  $B_2$  - Выбрать  $y = 2$ .

Соответствующие таблица выигрышей игрока  $A$  и матрица игры имеют следующий вид

		$B_1$	$B_2$
		$y = 1$	$y = 2$
$A_1$	$x = 1$	$W(1, 1)$	$W(1, 2)$
$A_2$	$x = 2$	$W(2, 1)$	$W(2, 2)$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Полученная матрица седловой точки не имеет. Оптимальные смешанные стратегии игроков:  $P = \{2/3, 1/3\}$  и  $Q = \{1/2, 1/2\}$ . Цена игры  $v = 0$ .

**Замечание.** На этих двух примерах хорошо видно, что результат сведения позиционной игры к матричной напрямую зависит от степени информированности игроков. В частности, отсутствие у игрока  $B$  сведений о выборе, сделанном игроком  $A$ , приводит к уменьшению количества его возможных стратегий. Сравнивая ответы, полученные в примерах 1 и 2, замечаем, что снижение уровня информированности игрока (в данном случае - игрока  $B$ ) делает для него исход игры менее благоприятным.

### **Позиционные игры с полной информацией**

Позиционная игра называется игрой с полной информацией, если в каждой позиции любой ее партии игрок, делающий ход, знает, какие альтернативы были выбраны на предыдущих ходах. В графическом описании каждая вершина дерева такой игры представляет собой отдельное информационное множество.

Примерами позиционных игр с полной информацией могут служить крестики-нолики, шашки и шахматы.

Основная особенность позиционной игры с полной информацией состоит в том, что соответствующая ей матрица выигрышей всегда имеет седловую точку, то есть в игре с полной информацией существуют оптимальные чистые стратегии и, значит, равновесная ситуация.

Сказанное означает, что в шахматах (крестиках-ноликах, шашках) уже в начальной позиции либо имеется способ выигрыша за белых, либо способ выигрыша за черных, либо как та, так и другая сторона способна форсировать ничью.

Однако известное доказательство существования равновесной ситуации неконструктивно и не дает эффективных приемов фактического нахождения решения игры.

И такие способы (стратегии) в шахматах не найдены до сих пор, и даже неизвестно, какая из перечисленных возможностей имеет место на самом деле.



Иное дело с игрой крестики-нолики: стратегий в ней немного и она разобрана до самого конца - существуют оптимальные чистые стратегии, ведущие игроков к ничьей.

Рассмотрим несколько примеров.

1. «Выкладывание монет на стол». Два игрока поочередно кладут монеты одинаковых размеров на обыкновенный стол, всякий раз выбирая произвольное доступное место для монеты (взаимное накрывание монет не допускается). Тот из игроков, кто положит монету, не оставляющую места для новых монет, выигрывает.

Это игра с полной информацией. Существует вполне определенная стратегия, обеспечивающая выигрыш тому из игроков, кто начинает игру. А именно, начинающий игру должен положить первую монету точно в центр стола и на каждый ход противника отвечать симметричным ходом. Исход игры от стратегии второго игрока не зависит.

2. «Переговоры». В переговорах участвуют две стороны  $A$  и  $B$ . В слегка идеализированном варианте это может выглядеть, например, так. Сначала сторона  $A$  высказывает одно из нескольких предложений, способных заинтересовать сторону  $B$ . Затем сторона  $B$ , ознакомившись с предложением стороны  $A$ , высказывает одно из нескольких встречных предложений, способных, по ее мнению, заинтересовать сторону  $A$ . В свою очередь, сторона  $A$ , ознакомившись с реакцией стороны  $B$  на сделанные предложения, высказывает ей новое предложение, внося одну из нескольких возможных корректировок в свое первоначальное предложение с учетом мнения стороны  $B$  и т. д. Если предмет переговоров сложен, то подобный обмен ходов может затянуться. Однако любые переговоры непременно заканчиваются. И там, на финише, ждет функция выигрышей.

## **Контрольные вопросы к курсу**

### **«Теория риска. Моделирование рискованных ситуаций»**

1 раздел. Риск в концепции устойчивого развития Управление рисками.

Основные подходы к моделированию рискованных ситуаций.

1. Определение риска. Виды рисков.
2. Классификация рисков в зависимости от причин.
3. Классификация рисков в зависимости от характера деятельности.
4. Классификация рисков в зависимости от объекта.
5. Структура финансовых рисков.
6. Понятие управления риском.
7. Источники риска, исходные данные о риске.
8. Меры риска. Методы анализа риска.
9. Понятие и свойства риск - менеджмента.
10. Исследование (анализ) рынка.
11. Схема управления риском.
12. Методы воздействия на риск. Анализ рисков финансирования проектов.

### Список используемой литературы

1. Перепелица В.А., Попова Е.В. Математические модели и методы оценки рисков экономических, социальных и аграрных процессов. Ростов н/Д: Изд-во Рост, ун-та, 2002.
2. Карминский А.М., Нестеров П.В. Информация бизнеса. М.: Финансы и статистика, 2000.
3. Балабанов И.Т. Риск – менеджмент. М. 1996.
4. Батунер Л.М., Позин М.Е. Математические методы в химической технике. Л.: Химия. Ленинград отд-ние, 1968.
5. Безопасность и предупреждение чрезвычайных ситуаций: Каталог – справочник: В 2 кн. 1 и 2. М., 1997.
6. Брейли Р., Майерс С. Принципы корпоративных финансов. М., 1997.
7. Гальштейн Е.Г., Юдин Д.Б. Новые направления в линейном программировании. М.: Сов.радио, 1966.
8. Дубров А.М. Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе. Учеб. пособие. М., 2000.
9. Замков О.О. и др. Математические методы в экономике. М. ДИС, 1997.
10. Клейнер Г.Б. Риски предприятий// Российский экономический журнал. 1994. № 5-6. С.85-92.
11. Клейнер Т.Б., Тамбовцев В.Л., Качалов Р.М. Предприятие в нестабильной экономической среде: риски, стратегии, безопасность. М.: Экономика, 1997.
12. Лагоша Б.А. Об оценке эффективности инвестиционных проектов// Тез. докл. науч. конф. «Организационные науки и проблемы гос. регулирования рыночной экономики». М: ЦЭМИРАН, Международная академия организационных наук, 1966. С. 75-77.

- 13.Мак Кинси Дж. Введение в теорию игр. Пер. с англ. М. 1960.
- 14.Нейман Дж., Маргештерн О. Теория игр и экономическое поведение Пер. с англ. М.: Наука, 1970.
- 15.Оуэн Г. Теория игр. М.: Мир, 1971
- 16.Первозванский А.А., Первозванская Т.Н. Финансовый рынок. Расчет и риск. М.: ИНФРА 1992.
- 17.Протасов И.Д. Теория игр и исследование операций. М., 2003.
- 18.Соколинская Н.Э. Экономический риск в деятельности коммерческого банка. (Методы оценки и практика регулирования). М.: Общество «Знание» РСФСР, 1991.
- 19.Ожегов С.И. Словарь русского языка. М.: Русский язык, 1981.
- 20.Турбинс К.Е. Инвестиционный процесс и страхование инвестиций от политических рисков. М., 1995.
- 21.Уилкс С. Математическая статистика. М.: Наука, 1967.
- 22.Федеральный закон «О промышленной безопасности опасных производственных объектов» от 21.07.97г. № 116-ФЗ.
- 23.Хозяйственный риск и методы его измерения. Пер. с венг. Т. Бочкан,Д. Месена, Д. Мико, Е.Сеп, Э. Хусти М.: Экономика 1979.
- 24.Хорнван Дж.К., Основы управления финансами. М., 1996.
- 25.Хохлов Н.В. Управление риском. Уч. пособие для вузов. М.,1999.
- 26.Цай Т.Н., Трабовый П.Г., Марадша Басам Сайел. Конкуренция и управление рисками на предприятиях в условиях рынка. М., 1997.
- 27.Чалый – Прилуцкий В.А. Рынок и риск. М., 1994.
- 28.Чернов В.А. Анализ коммерческого риска. М., 1998.
- 29.Шахов В.В. Страхование. М., 1997.

- 30.Шикин Е.В. и др. Математические методы и модели в управлении. Москва, 2002.
- 31.Экономика и страхование: Энциклопедический словарь. М., 1996.
- 32.Киселев В.Ю. Экономико-математические методы и модели: Учеб. пособие/ Иван. гос. энерг. ун-т. Иваново, 1998.

Редактор О.А. Соловьева

Подписано в печать 24.11.2005. Формат 60 x 84 1/16. Усл. печ. л. 3,83. Уч.-изд. л. 4,39 Тираж... экз. Заказ ГОУ ВПО Ивановский государственный химико-технологический университет.

Отпечатано на кафедре экономики и финансов ГОУ ВПО «ИГХТУ»

153000, г. Иваново, пр. Ф. Энгельса, 7.

## Рецензия

**на учебное пособие «Теория риска». Моделирование рискованных ситуаций»,  
подготовленное преподавателями кафедры Управления и экономико-  
математического моделирования доц., проф. РАЕ Афанасьевой Т.А. и  
старшим преподавателем Изволовой О.Л.**

Представленное к печати пособие рассматривает сложившуюся к настоящему времени теорию риска. В рамках данного пособия достаточно полно определены основные виды риска (экономический, кредитный, технический и т.д.), базовые термины, понятия, оценки мера риска, принципы управления рисками. В пособии приводится для более углубленного изучения теории риска, возможности моделирования рискованных ситуаций, расчета и решения задач, возникающих в рискованных ситуациях, необходимый вспомогательный материал, примеры решения задач и довольно значительный список литературных источников (32 ссылки на монографии, учебники, пособия).

Представленное пособие может быть рекомендовано к изданию, т.к. оно может быть весьма полезно для студентов, изучающих экономические, социальные и технические проблемы, а также инженерам и экономистам различных организаций и промышленных предприятий.